

**Московский государственный технический университет  
им. Н.Э. Баумана  
Кафедра “Ядерные реакторы и ядерные энергетические установки”**

**Кавун О.Ю.**

**«САПР отрасли. Программы и программные комплексы, применяемые  
при конструировании ЯЭУ. Примеры применения и верификации  
конечно-разностных схем при разработке программ.»**

**Учебное пособие**

**Москва 2005**

## Содержание

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Классификация программ, применяемых при проектировании АЭС .....	5
1.1 Нейтронно-физические программы .....	6
1.2 Теплогидравлические программы .....	9
1.3 Программы связанного нейтронно-теплогидравлического расчета .....	10
1.4 Полномасштабные моделирующие комплексы .....	10
2 Методы решения диффузионных уравнений, применяемые в программных комплексах	13
2.1 Метод элементарных балансов .....	13
2.1.1 Применение метода элементарных балансов при решении уравнения неразрывности	13
2.1.2 Применение метода элементарных балансов при решении уравнения теплопроводности .....	15
2.2 Метод конечных разностей (метод сеток) .....	18
2.2.1 Вывод конечно-разностных формул для метода сеток .....	19
2.2.2 Применение метода сеток для решения уравнения теплопроводности.....	21
2.2.2.1 Вывод конечно-разностного уравнения .....	21
2.2.2.2 Граничные условия первого и второго рода.....	22
2.2.2.3 Граничное условие третьего рода.....	22
2.2.2.4 Граничное условие четвертого рода.....	24
3 Применение конечно-разностной методики для решения уравнений диффузии нейтронов .....	27
3.1 Методика решения уравнения нейтронной кинетики с одним расчетным узлом в поперечном сечении кассеты .....	29
3.1.1 Вывод сеточного уравнения .....	30
3.1.1.1 Учет недифференцируемости коэффициента диффузии .....	30
3.1.1.2 Усреднение потока нейтронов .....	31
3.1.1.3 Сеточное уравнение .....	33
3.1.2 Вывод разностных уравнений для граничных узлов .....	34
3.1.2.1 Вывод разностного уравнения для торцевого отражателя.....	35
3.1.2.2 Вывод разностного уравнения для бокового отражателя .....	36
3.2 Методика решения уравнения нейтронной кинетики с семью расчетными узлами в поперечном сечении кассеты .....	38
3.2.1 Уравнение в центральном узле .....	39
3.2.2 Уравнение для узла на границе с радиальным отражателем .....	39
3.2.3 Уравнение для узла между кассетами .....	40
3.3 Запаздывающие нейтроны.....	41
3.4 Учет отравления Xe и Sm .....	41
3.5 Уравнение энерговыделения.....	42
3.6 Метод нод для решения уравнений нейтронной кинетики.....	43
3.6.1 Стационарное уравнение баланса нейтронов.....	43
3.6.2 Алгоритм расчетного модуля программы БИПР-8.....	43
3.6.3 Шесть азимутальных гармоник .....	47
3.6.3.1 Гармоники и пробные функции.....	47
3.6.3.2 Уравнение нейтронного баланса .....	48
3.6.3.3 Алгоритм решения .....	49
3.6.4 Использование граничных условий .....	50
3.6.5 Уравнения нейтронной кинетики.....	51

4	Методы решения уравнений теплогидродинамики .....	53
4.1	Методика решения уравнений гидродинамики для одномерного течения несжимаемого теплоносителя .....	54
4.1.1	Уравнения движения .....	54
4.1.2	Уравнение энергии .....	57
4.1.3	Уравнение концентрации пассивной примеси (борной кислоты) .....	58
4.1.4	Уравнение для расчета температуры в стенке, омываемой с двух сторон теплоносителем .....	58
4.1.5	Методика моделирования компенсатора объема .....	59
4.1.6	Неравновесное паросодержание в каналах активной зоны .....	62
4.1.7	Перемешивание теплоносителя в камерах смешения .....	63
4.1.8	Методика учета двухфазного процесса течения теплоносителя в первом контуре ..	65
4.1.8.1	Модель сепарации пара в верхней камере смешения .....	65
4.1.8.2	Модель сепарации пара в циркуляционных петлях .....	65
4.2	Методика решения уравнений гидродинамики для модели сжимаемого теплоносителя	67
5	Верификация программ .....	69
5.1	Примеры верификации методик по отдельным физическим явлениям. ....	70
5.1.1	Верификация методики решения уравнений теплопроводности конечно-разностным методом 70	
5.1.1.1	Расчет стационарного распределения температуры в твэле .....	70
5.1.1.2	Расчет охлаждения цилиндра при ступенчатом изменении температуры среды .....	70
5.1.1.3	Расчет нагрева цилиндра при ступенчатом включении внутреннего источника энерговыделения .....	71
5.1.2	Сопоставление стационарного расчета утечки нейтронов из реактора с аналитическим .....	72
5.1.3	Моделирование полей энерговыделения при значительном градиенте коэффициента диффузии .....	74
5.1.4	Моделирование изменения мощности реактора при ступенчатом внесении реактивности и сравнение с аналитическим расчетом .....	78
5.1.5	Верификация уравнения движения .....	80
5.2	Пример сравнительных верификационных расчетов с другими программами .....	81
5.2.1	Режим выброса регулирующего органа СУЗ .....	82
5.2.2	Режим потери источников переменного тока .....	83
5.3	Пример сравнения с экспериментами на стендах .....	87
5.3.1	Моделирование малых течей из первого контура реакторной установки по результатам экспериментов на венгерском стенде РМК-NVH .....	87
5.3.2	Моделирование режима SPE-3 .....	87
5.4	Примеры моделирования реальных экспериментов на АЭС .....	91
5.4.1	Моделирование экспериментов, проведенных на блоке N3 Ровенской АЭС .....	91
5.4.2	Режим обесточивания одного ГЦН из четырех работающих .....	92
5.4.3	Моделирование эксперимента по возбуждению аксиальных ксеноновых колебаний на 1 ом блоке Волгодонской (Ростовской) АЭС .....	96
5.5	Пример матрицы верификации .....	103
	ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	105
	ЛИТЕРАТУРА .....	106

## ВВЕДЕНИЕ

При конструировании ядерных энергетических установок (ЯЭУ) и атомных электрических станций (АЭС) в целом особое значение приобретает комплекс опытно-конструкторских и расчетных исследований, направленных на создание надежных и безопасных установок, использующих ядерную энергию.

Для таких весьма дорогостоящих и ядерноопасных объектов как АЭС проведение экспериментального исследования их работоспособности и безопасности в большинстве случаев не представляется возможным.

Поэтому основная нагрузка в процессе проектирования АЭС, в частности, при конструировании ЯЭУ, ложится на численный эксперимент.

В данном случае под численным экспериментом подразумевается компьютерное моделирование процессов, протекающее в энергоустановке, как в условиях нормальной эксплуатации, так и в аварийных условиях.

При этом на всех стадиях проектирования - от эскизного до технического проекта - выполняются расчеты основных технологических процессов в оборудовании, а именно:

- нейтронно-физических процессов в активной зоне реактора;
- тепломассообмена в активной зоне;
- теплогидравлических процессов в реакторной установке;
- теплопереноса от первого контура ЯЭУ ко второму контуру (если он есть);
- процессов в основном и вспомогательном оборудовании паросиловой установки;
- массообмена и водообмена в контурах АЭС;
- термомеханических нагрузок на основное и вспомогательное оборудование;
- взаимного влияния оборудования в динамических режимах;
- работы автоматики;
- комплексное моделирование процессов в энергоустановке.

Для проведения моделирования процессов в оборудовании ЯЭУ и АЭС в целом у нас в стране и за рубежом разработано значительное количество методик и компьютерных программ.

Настоящее пособие посвящено обзору основных компьютерных программ, разработанных в нашей стране для анализа нейтронно-физических и теплогидравлических процессов и применяемых при проектировании АЭС с реакторами типа ВВЭР.

За рамками данного пособия остались программы для моделирования процессов в оборудовании с реакторными установками другого типа, а также программы расчета механических нагрузок, термохимических процессов и т.д. Кроме того, не рассматриваются достаточно простые программы, основанные на программировании различного рода формул (например, принятых норм расчета стационарных процессов) и не требующие численного решения систем дифференциальных уравнений.

Данное пособие посвящено методикам и программам, в которых для моделирования процессов в оборудовании АЭС применяется решение уравнений в частных производных.

Это, в первую очередь, нейтронно-физические процессы в активных зонах реактора; теплоперенос в элементах конструкций; массо и теплоперенос в теплогидравлическом оборудовании и ряд других.

Автор приносит благодарность доценту кафедры №5 МИФИ Г.В. Тихомирову за ценные замечания, сделанные при подготовке данного пособия.

# 1 КЛАССИФИКАЦИЯ ПРОГРАММ, ПРИМЕНЯЕМЫХ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ АЭС

Провести строгую классификацию программ по признаку области их использования не всегда представляется возможным, так как одни и те же программы могут применяться как на этапе предварительных конструкторских проработок, так и на этапе проведения поверочных расчетов.

Быстрый рост вычислительных возможностей современных ЭВМ позволил в настоящее время программы, разработанные для проведения поверочных расчетов, применять и на начальных этапах проектирования; ресурсоемкие программы для прецизионных расчетов - для конструкторских поверочных расчетов (например, при проведении конструкторских расчетов применять программы, основанные на использовании метода Монте-Карло или двухскоростных уравнений сжимаемой жидкости).

Тем не менее, постараемся выделить основные этапы проектирования и требования к программным продуктам на каждой стадии.

На этапе эскизного проектирования требуются, как правило, не очень точные, но весьма быстродействующие методики для выбора основных параметров будущей АЭС.

На этапе технического проектирования производятся расчеты по программам инженерной точности, обеспечивающие обоснованное принятие и корректировку технических решений с учетом, в частности, взаимного влияния оборудования. На этом этапе проводится проверка работы оборудования не только в условиях нормальной эксплуатации, но и в условиях проектных и запроектных аварий. Определяются пределы безопасной эксплуатации оборудования и последствия, к которым могут привести аварии, связанные с различного рода исходными событиями, включая возможные отказы оборудования, в том числе и отказы систем безопасности.

К завершению процесса проектирования, как правило, проводится полномасштабное моделирование процессов в энергоблоке АЭС с учетом взаимодействия всего основного технологического оборудования с учетом работы систем автоматики (АСУ ТП) как в условиях нормальной эксплуатации, так и в основных постулируемых аварийных процессах.

С точки зрения требований к программам и методикам, на данном этапе требуется инженерная точность с разумной степенью консерватизма. Как правило, программы, применяемые на разных стадиях данного этапа проектирования, имеют приблизительно одинаковую степень инженерной точности и отличаются только степенью полноты моделируемого оборудования. Наиболее часто, по мере расширения проектных проработок, углубление полноты моделируемого оборудования достигается путем объединения моделей отдельного оборудования в мультипрограммные вычислительные комплексы. При этом современные программные комплексы изначально разрабатываются как комплексы моделей отдельного оборудования, которые по мере создания проекта отдельного оборудования АЭС подключаются в единую моделирующую систему. В данном пособии основное внимание будет уделено именно таким программам.

Параллельно, как правило, проводится вероятностный анализ безопасности с учетом вероятности отказа технологического оборудования. При этом проверка возможных последствий развития аварий выполняется по программам, которые позволяют реалистично моделировать процессы в технологическом оборудовании без внесения избыточного консерватизма. Такие программы называют еще “программами улучшенной оценки”, хотя применение данного термина у многих специалистов вызывает серьезные нарекания. Этот термин появился путем перевода на русский язык принятого в англоязычной литературе

термина “Best estimated cods”, и следует подчеркнуть, что более правильно было бы перевести его, как “Программы реалистичной оценки”.

Другой способ классификации - по типам процессов, которые данные программы моделируют.

Для АЭС характерны следующие процессы:

- нейтронно-физические процессы в активной зоне;
- теплогидродинамика активной зоны;
- теплогидродинамика реакторной установки;
- теплогидродинамика основного оборудования турбинного отделения;
- теплогидродинамика основного оборудования реакторного отделения;
- комплексная динамика реакторной установки с учетом автоматики;
- комплексная динамика турбинной установки с учетом автоматики;
- комплексная динамика энергоблока в целом.

Оборудование собственно реакторной установки (РУ), оборудование реакторного отделения (за исключением РУ), оборудование турбины и оборудование турбинного отделения (за исключением турбины), системы автоматики (АСУ ТП), как правило, проектируется параллельно разными организациями. Окончательная увязка проектов указанного оборудования осуществляется генеральным проектировщиком на заключительных этапах проектирования. При этом выполняется наиболее подробное моделирование всего энергоблока АЭС в целом.

В данном пособии излагаются основные подходы, реализованные в отечественных программных продуктах в соответствии с предложенной выше последовательностью.

## 1.1 Нейтронно-физические программы

В настоящее время созданы программы нейтронно-физических расчетов, которые обеспечивают точность проведения расчетов, сопоставимую с точностью физических экспериментов. Эти программы основаны на решении газокинетического уравнения переноса нейтронов методом Монте-Карло (существуют и более точные методики, однако их ресурсоемкость такова, что на современной вычислительной технике эти программы применять нецелесообразно даже для отдельных поверочных расчетов). К программам, основанным на применении метода Монте-Карло, относятся разработанная в РНЦ “Курчатовский Институт” программа MCU [1], из зарубежных - программа MCNP [2]. Эти программы используют многогрупповую библиотеку оцененных ядерных данных по нейтронно-физическим свойствам материалов на основе детальных ядерных данных, например ENDF/B-VI [3] (Программа MCNP, как правило, использует сечения с непрерывной зависимостью от энергии нейтронов, а не многогрупповые ядерные данные). Следует заметить, что часто в программах на основе метода Монте-Карло не решается газокинетическое уравнение, а просто моделируются истории отдельных нейтронов. При этом, в процессе моделирования происходит оценка функционалов по выделенным объемам или поверхности.

Если бы быстродействие современных вычислительных машин общего пользования было бы в несколько миллионов раз выше, чем быстродействие ПЭВМ на базе процессора Pentium IV 3 ГГц, применение всех перечисленных в данном пособии программ нейтронно-физического расчета не имело бы смысла.

Однако мощность современных вычислительных средств не позволяет применять нейтронно-физические программы, основанные на решении газокинетического уравнения методом Монте-Карло, в качестве инженерных. В связи с вышеизложенным, сложилась следующая практика проведения нейтронно-физических расчетов активных зон реакторов.

Рассмотрим ее на примере расчета активной зоны реактора типа ВВЭР.

На рисунке 1.1 представлена схема расположения топливных сборок в  $90^\circ$  симметрии активной зоны реактора типа ВВЭР-1000. Она окружена граненой выгородкой (рисунок 1.2), являющейся как ограничителем протечек теплоносителя мимо активной зоны, так и радиальным отражателем нейтронов.

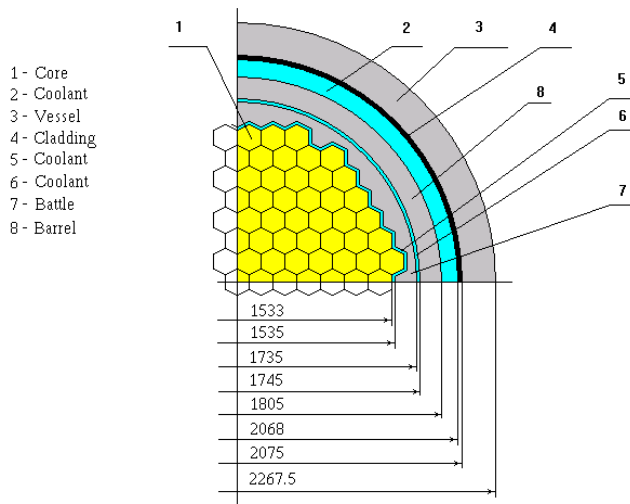


Рисунок 1.1

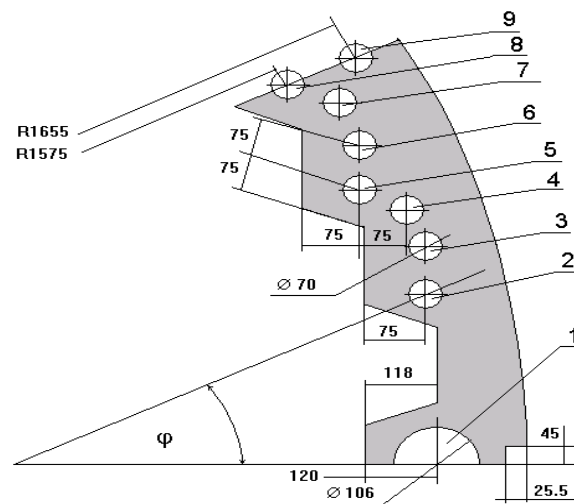


Рисунок 1.2

Активная зона состоит из 163 топливных сборок, схема расположения которых схематично представлена на рисунке 1.3. Каждая топливная сборка представляет собой пучок стержневых тепловыделяющих элементов (см. рисунок 1.4)

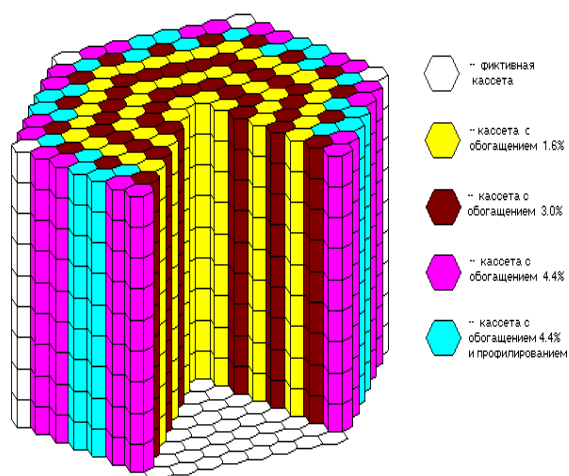


Рисунок 1.3

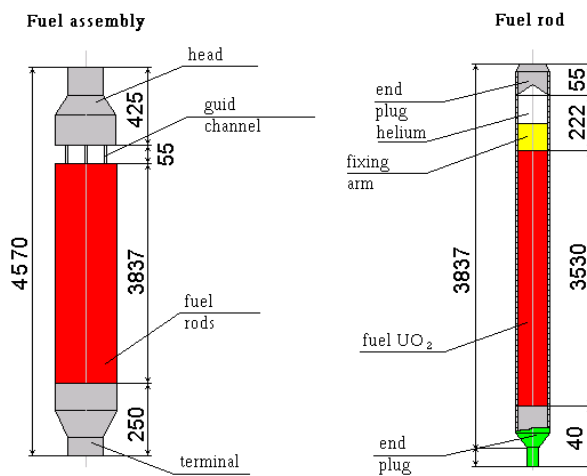


Рисунок 1.4

Тепловыделяющие элементы в тепловыделяющей сборке расположены по треугольной сетке как в обычной кассете (рисунок 1.5), так и в профилированной твэлами с более низким содержанием топлива (рисунок 1.6). В состав тепловыделяющей сборки (ТВС) входят наряду с тепловыделяющими элементами (твэлами) элементы, обеспечивающие жесткость конструкции ТВС (например, центральная трубка), направляющие трубки для поглощающих элементов, в которых могут находиться либо теплоноситель, либо поглощающий элемент (ПЭЛ), либо элемент с выгорающим поглотителем (СВП).

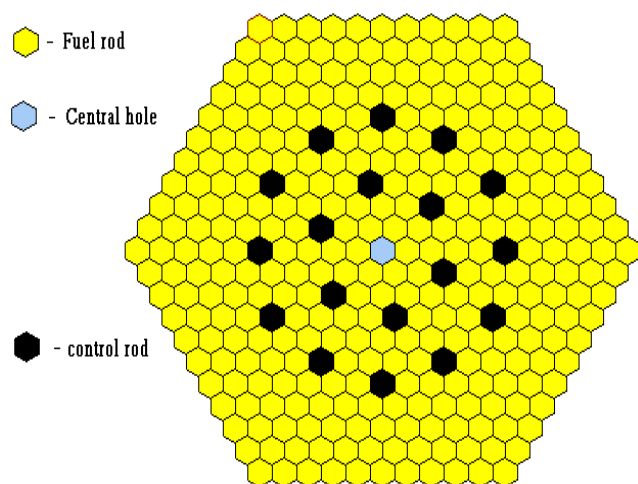


Рис. 1.5

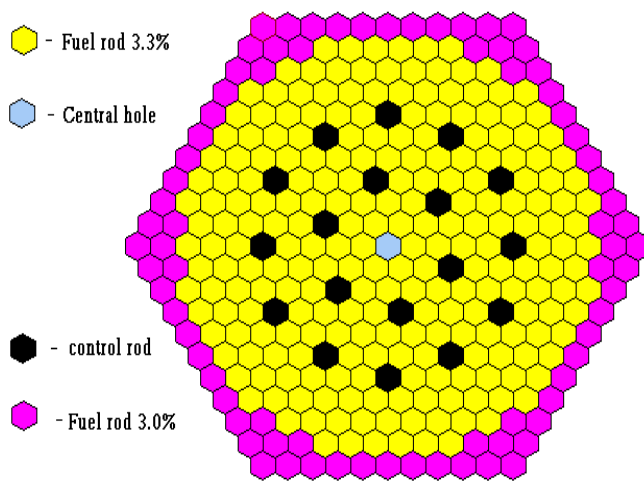


Рис. 1.6

В настоящее время при проведении конструкторских нейтронно-физических расчетов активных зон реакторов сложился следующий подход, обусловленный, в частности, возможностями вычислительной техники.

Этап 1. Одномерный (иногда двумерный) расчет отдельных ячеек ТВС по многогрупповым программам с учетом влияния соседних элементов с последующим созданием малогрупповых библиотек нейтронно-физических макросечений (нейтронно-физических констант) для отдельных ячеек.

Расчет выполняется по программам так называемого спектрального расчета, например, программам УНИРАСОС [4], ТВЭГ, WIMS-D4 [5], САПФИР [6], МСУ [1] и т.д.

Этап 2. Расчет отдельных ТВС по двумерным малогрупповым программам с созданием библиотек малогрупповых констант для последующего крупносеточного расчета. К программам данного класса относятся КАССЕТА [7], ШЕСТИГРАННИК, ТВС-М [8], НИ-7000 [9] и ряд других. (Каждому элементу ТВС соответствует как минимум один в поперечном сечении ТВС расчетный узел).

В связи с развитием современной вычислительной техники в настоящее время расчеты этапа 1 не выполняются, а расчет библиотек малогрупповых констант для крупносеточных расчетов выполняется по двумерным спектральным программам (например, WIMS-D4, САПФИР) или при совместном одновременном использовании спектральных и малогрупповых программ (УНИРАСОС или ТВЭГ + КАССЕТА или ТВС-М).

На этапах 1 и 2 взаимное влияние нейтронно-физических и теплогидравлических процессов учитывается путем задания различных вариантов параметров среды.

Результатом работы программ на этапе 1 и 2 являются зависимости макросечений взаимодействия нейтронов с веществом от следующих параметров:

- средней температуры топливного сердечника;
- средней температуры теплоносителя в ячейке;
- средней плотности теплоносителя;
- концентрации поглотителя в теплоносителе;
- глубины выгорания топлива.

В некоторых случаях в качестве независимых аргументов выступают также мощность, концентрация  $\text{Xe}^{135}$ , предыстория выгорания топлива и ряд других.

Этап 3. Расчет трехмерной активной зоны. На данном этапе выполняется конструкторский нейтронно-физический расчет реактора. Определяются поля энерговыделения, выбирается картограмма загрузки активной зоны, длительность топливной кампании и схема топливных перегрузок.

Расчеты этапа 3, как правило, выполняются по стационарным программам с учетом обратных связей по теплогидродинамике.

На этапе 3 определяется применимость заложенных на первоначальной стадии проекта схем загрузки топлива, допустимая величина неравномерности поля энерговыделения, длительность топливной кампании.

Если параметры топливной загрузки и номенклатура топлива не позволяет достигнуть проектных характеристик активной зоны, производится итерационный подбор требуемых характеристик ТВС с переходом на этап 2 или даже 1.

При проектировании активных зон ВВЭР на этапе 3 используется программа БИПР-7(7А) [10]. (Может использоваться и нестационарная программа ДЕСНА, входящая в программный комплекс РАДУГА [11]). Существуют и другие программы данного класса.

На третьем этапе также выполняется потвэльный поверочный расчет активной зоны. При этом результаты крупносеточного расчета, в частности, поля теплофизических параметров используются для двумерного потвэльного расчета (программы КАССЕТА, ТВС-М и др.). В настоящее время вычислительные мощности позволяют проводить потвэльный трехмерный связанный нейтронно-теплогидравлический расчет всей активной зоны (правда, гидравлические характеристики активной зоны рассчитываются усредненными для поперечного сечения ТВС).

В результате нейтронно-физических расчетов помимо полей энерговыделения в активной зоне определяются “веса” отдельных органов СУЗ, групп органов СУЗ и всех органов СУЗ (аварийной защиты) реактора, а также параметры точечной кинетики, которые используются в нестационарных теплогидравлических расчетах.

## 1.2 Теплогидравлические программы

В нашем обзоре мы не будем рассматривать довольно простые конструкторские программы, применяемые на начальной стадии проектирования, и все основное внимание сосредоточим на нестационарных теплогидравлических программах.

Эти программы можно условно разделить на три группы:

- программы моделирования динамики ЯЭУ в условиях аварий, не связанных с крупными течами из первого контура (например, программы ДИНАМИКА [12], МОСТ-7 [13], теплогидравлический модуль п/к РАДУГА, РАСНАР [14] и ряд других);

- программы расчета процессов в ЯЭУ в условиях течей из первого контура ЯЭУ (например, программы ТЕЧЬ-М [15], КОРСАР [16], RELAP-5 [17], TRACK [18], ATHLET [19], SATHARE [20]);

- программы моделирования процессов в условиях протекания тяжелых аварий с деградацией (расплавлением или разрушением) активной зоны.

Последнюю группу программ, к которым, например, относятся программы MARCH или СВЕЧА [21], мы рассматривать не будем.

Кроме того, нестационарные теплогидравлические программы в настоящее время объединяются с трехмерными нестационарными нейтронно-физическими программами. В итоге получают моделирующие комплексы полномасштабного моделирования динамики реакторных установок.

Для моделирования процессов в оборудовании турбинного контура, системах водообмена первого контура применяются, как правило, теплогидравлические программы, имеющие возможность задания гибкой расчетной схемы и специально разработанные для моделирования сложных разветвленных теплогидравлических контуров. Например, программа TPP (Thermal Power Plant) [22] или КРЭБ[59].

### 1.3 Программы связанного нейтронно-теплогидравлического расчета

Для комплексного исследования динамических процессов в ЯЭУ используются программы связанного нейтронно-физического и теплогидравлического расчета. Это программные комплексы, которые создавались путем объединения ранее разработанных программ гидродинамики и физики (программные комплексы ТИГР [23] (БИПР8-КН + РАСНАР), АТНЛЕТ/БИПР8КН [24]), либо программы, изначально предназначенные и разрабатываемые для связанного нейтронно-теплогидравлического расчета, например, "РАДУГА" [11].

При моделировании реакторной установки учитывается, как правило, все основное оборудование первого контура РУ, парогенераторы, паропроводы острого пара и питательной воды, а также основные системы безопасности.

На рисунке 1.7 представлена расчетная схема реакторной установки, применяемая в п/к РАДУГА.

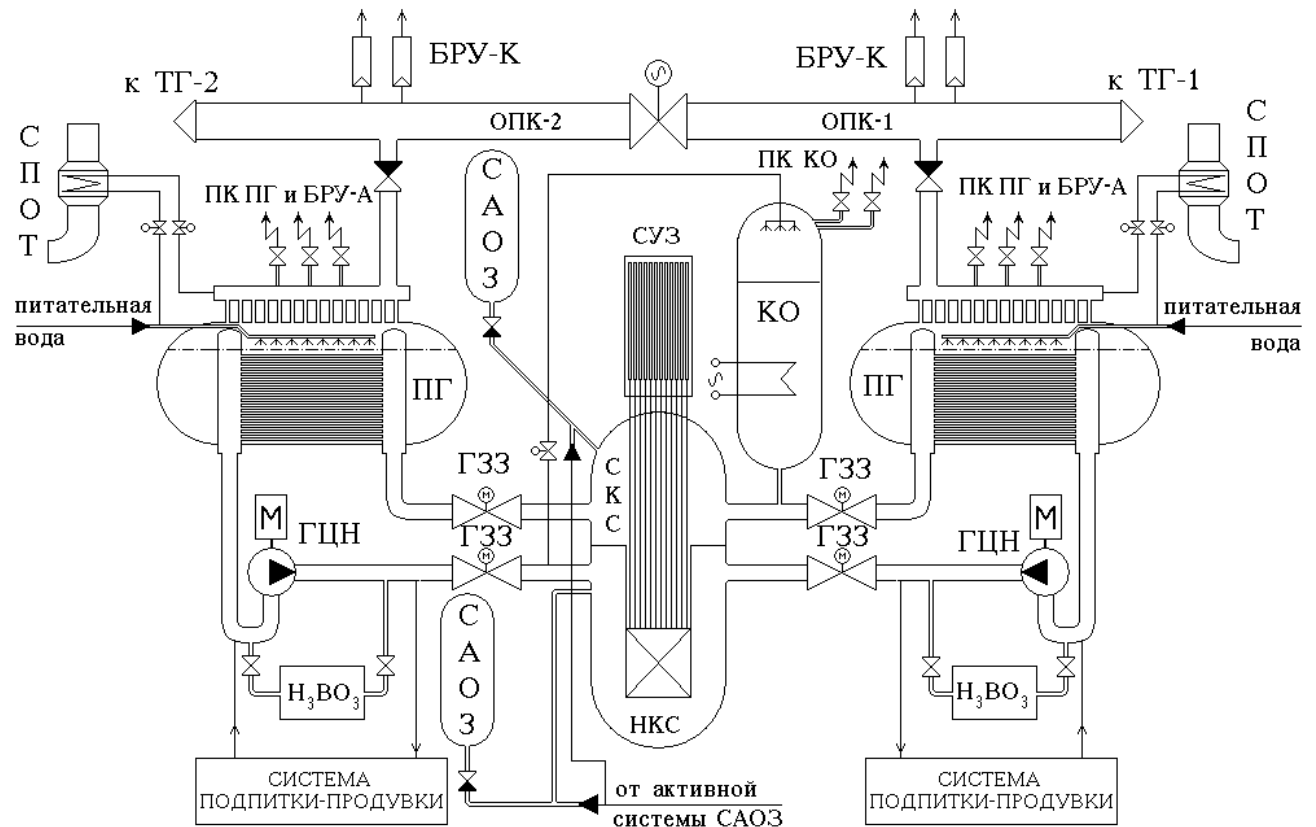


Рис. 1.7

### 1.4 Полномасштабные моделирующие комплексы

Для полномасштабного моделирования динамики энергоблоков АЭС применяются специально созданные комплексы программ. На более ранних стадиях развития вычислительной техники полномасштабное моделирование энергоблока АЭС было малоосуществимым. Только введение весьма существенных упрощений позволяло добиться приемлемого быстродействия.

Учитывая, что на таких комплексах исследуются довольно продолжительные переходные процессы, длящиеся иногда десятки часов физического (модельного) времени, к

программному обеспечению предъявляются требования весьма высокого быстродействия, желательна работа комплекса в реальном масштабе времени в интерактивном режиме, т.к. действия операторов моделировать довольно сложно. Приемлемого быстродействия удавалось достигнуть путем введения весьма существенных допущений в моделях оборудования на весьма дорогостоящих полномасштабных тренажерах АЭС.

В настоящее время применение достаточно дешевых многопроцессорных ЭВМ (а иногда и наиболее быстрых однопроцессорные ЭВМ с тактовыми частотами порядка 3 ГГц) или объединение нескольких ЭВМ в вычислительную сеть позволяет создавать полномасштабные моделирующие комплексы без введения серьезных допущений в модели оборудования.

Создание полномасштабных моделирующих комплексов ведется в настоящее время двумя путями:

- усложнение моделей тренажерных комплексов (например, тренажерного комплекса ВНИИ АЭС [25], тренажерного комплекса РИЦ “Курчатовский Институт” АИС-95 [26], тренажерного комплекса НИТИ им. Александра ТЕРМИТ [27] и ряда других);

- объединение в полномасштабный моделирующий комплекс программ инженерной точности (например, программный комплекс РАДУГА-ЭУ [28] получен путем объединения в моделирующий комплекс программ РАДУГА-7 [11], ТРР [22] и МВТУ [29]).

На рисунке 1.8 представлена схема объединения программ в полномасштабном моделирующем комплексе РАДУГА-ЭУ

#### СХЕМА ВЗАИМОСВЯЗИ ПРОГРАММ В ПРОГРАММНО-ТЕХНИЧЕСКОМ КОМПЛЕКСЕ “РАДУГА-ЭУ”

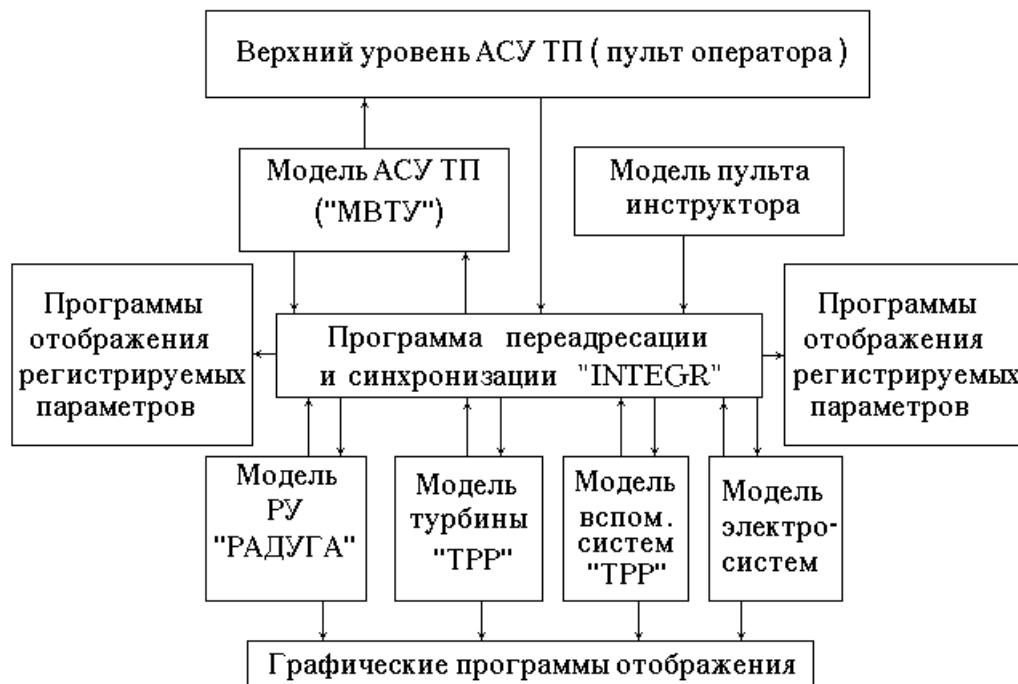


Рис. 1.8

В настоящее время применение компьютерных моделирующих комплексов в процессе проектирования АЭС стало обязательным. В связи с этим, специалисты, занятые в проектировании атомных станций, должны быть знакомы не только с номенклатурой применяемых при проектировании АЭС программных продуктов, но и с их функциональными возможностями, областью применения и точностью моделируемых физических процессов.

Данное пособие ориентировано на будущих конструкторов и проектировщиков оборудования АЭС, а не на разработчиков программных продуктов для моделирования процессов на атомных станциях. Тем не менее, конструктору реакторного оборудования предстоит самостоятельно выбирать необходимые программные продукты (или оценивать качество выполненной другими специалистами работы с применением компьютерных программ), оценить допустимость и точность применяемых программ при конструировании. Это невозможно без глубокого знания физических допущений, математических приемов перехода от дифференциальных уравнений к конечно-разностным уравнениям и, в итоге, к компьютерным программам.

Основная цель данного пособия - познакомить студентов с некоторыми основными подходами, применяемыми при компьютерном моделировании процессов на АЭС, поскольку охватить все существующее разнообразие численных методов и программ, применяемых для моделирования процессов в ЯЭУ, невозможно. Кроме того, для осмысления многих современных численных методов требуется специальная математическая подготовка, поэтому для знакомства с современными компьютерными программами в качестве основы был выбран разработанный в институте “Атомэнергопроект” программный комплекс РАДУГА [11].

Основной особенностью данного комплекса является, с одной стороны, базирование на опыте ОКБ “Гидропресс” при разработке программ теплогидродинамики [12], с другой стороны - применение достаточно простого и эффективного метода конечных разностей при решении уравнений нейтронной физики и теплопроводности в твэлах.

Достаточно высокая точность методик решения уравнений, с одной стороны, и относительная простота численных методов, применяемых в п/к РАДУГА - с другой, позволяют наглядно познакомиться с современными компьютерными программами для комплексного моделирования реакторной установки.

## 2 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ДИФФУЗИОННЫХ УРАВНЕНИЙ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ПРОГРАММНЫХ КОМПЛЕКСАХ

Одним из центральных вопросов конечно-разностного метода является построение расчетной сетки и выбора метода замены дифференциальных операторов их конечно-разностными аналогами, так как правильное решение этих вопросов определяет в основном результативность полученных программ и точность решения исходного уравнения. Выбор сетки и метода аппроксимации определяется многими обстоятельствами, в том числе и опытом разработчика.

В данной главе рассмотрим методы получения конечно-разностных уравнений, применяемых в данной книге.

### 2.1 Метод элементарных балансов

Этот метод позволяет наиболее просто получить конечно-разностное выражение при решении уравнений сохранения. За простоту подхода, однако, приходится платить относительно высокой погрешностью метода элементарных балансов.

Наиболее часто этот метод применяют при решении уравнений первого порядка, таких как уравнения сохранения массы, энергии и им подобные. При этом обеспечивается высокая точность результатов. При решении уравнений второго порядка, таких как уравнения теплопроводности, диффузионные уравнения нейтронной физики, погрешность определения искомого функционала (температуры, плотности потока нейтронов) довольно высока. Тем не менее, высокая простота метода позволяет его применять в тех случаях, когда требуется быстро получить решение системы уравнений, не прибегая к более сложным методикам.

#### 2.1.1 Применение метода элементарных балансов при решении уравнения неразрывности

Применение метода элементарных балансов для решения уравнений первого порядка рассмотрим на примере уравнения неразрывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \text{div}(\rho \mathbf{w}) = 0, \quad (2.1)$$

где  $\rho$  – плотность теплоносителя;  
 $\mathbf{w}$  – линейная скорость;  
 $\tau$  – время.

Будем искать решение для зависимости плотности теплоносителя от времени в объеме (рисунок 2.1)

$$\Delta V = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z.$$

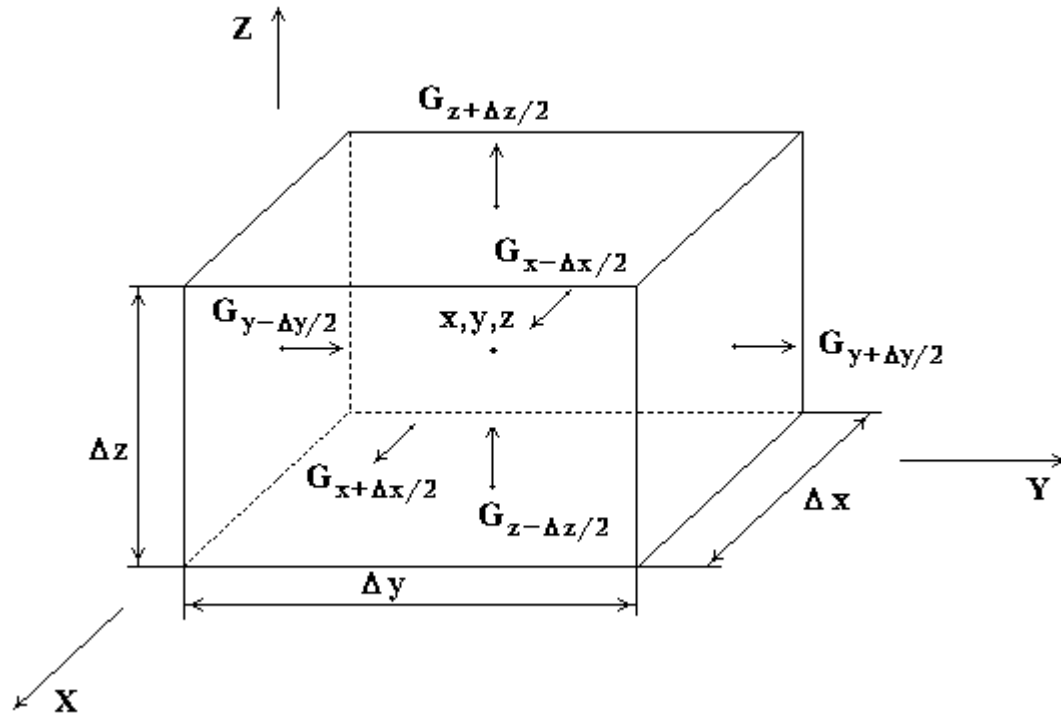


Рис. 2.1. Расчетная схема контрольного объема  $\Delta V$

Проинтегрируем уравнение 2.1 по объему  $\Delta V$  и воспользуемся теоремой Остроградского:

$$\int_V \operatorname{div}(\rho \mathbf{w}) dV = \int_S \rho \mathbf{w} dS,$$

где  $S$  - поверхность, ограничивающая объем  $\Delta V$ .

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \rho}{\Delta \tau} + \Delta y \cdot \Delta z \frac{(\rho \mathbf{w})_{x+\Delta x/2} - (\rho \mathbf{w})_{x-\Delta x/2}}{\Delta V} + \\ \Delta x \cdot \Delta z \frac{(\rho \mathbf{w})_{x+\Delta x/2} - (\rho \mathbf{w})_{x-\Delta x/2}}{\Delta V} + \Delta y \cdot \Delta z \frac{(\rho \mathbf{w})_{x+\Delta x/2} - (\rho \mathbf{w})_{x-\Delta x/2}}{\Delta V} = 0. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что  $\Delta y \cdot \Delta z (\rho \mathbf{w})_x$  - это расход по оси  $X$  -  $G_x$ , можно записать:

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta \tau} + \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} = 0.$$

Конечно-разностное уравнение примет вид:

$$\rho = \rho_{t-\Delta t} - \frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} + \frac{\partial G_z}{\partial z} \cdot \Delta \tau,$$

где индекс  $t-\Delta t$  означает значение плотности на предыдущем временном слое, а значения производных  $\frac{\partial G_x}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial G_y}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial G_z}{\partial z}$  находятся из решения уравнений движения, что более подробно будет рассмотрено в главе 4.

### 2.1.2 Применение метода элементарных балансов при решении уравнения теплопроводности

Несмотря на относительно невысокую точность, метод элементарных балансов очень широко применяется при решении уравнений теплопроводности. Это, в частности, связано с тем, что при использовании метода элементарных балансов возможно достаточно простое моделирование температуры в конструкциях с весьма сложной геометрией. Есть и еще одно достоинство метода элементарных балансов - выполнение закона сохранения энергии вплоть до погрешности вычислений с плавающей точкой центральным процессором ЭВМ, т.е. с точки зрения инженерных расчетов - абсолютно точно. Это следует учитывать при написании программ, в которых соблюдение закона сохранения энергии важнее, чем определение температуры с максимально возможной точностью.

В принципе, метод элементарных балансов позволяет разбить произвольной формы тело на систему контрольных (элементарных) объемов совершенно произвольной формы. Однако на практике это будет означать программирование каждой конкретной задачи индивидуально, что является процессом весьма трудоемким. Поэтому обычно используются универсальные программы, в которых применяются геометрические модули, позволяющие разбить объем тела, в котором производится расчет температуры, на систему контрольных объемов с регулярной решеткой. К счастью, в технике крайне редко встречаются тела, расчет которых требует применения сильно нерегулярной системы контрольных объемов.

Примером программ расчета поля температуры в телах произвольной формы являются разработанные в ОКБ “Гидропресс” программы “ТЕМП-5” (декартова геометрия) и “ТЕМП-6” (цилиндрическая геометрия). В основу изложенной ниже методики положена версия программы “ТЕМП-5” [30], переработанная в институте “Атомэнергопроект” и названная “ТЕМП-N”.

Основное отличие программы “ТЕМП-N” от ее предшественника - программы “ТЕМП-5” - заключается в применении неявной схемы интегрирования уравнений теплопроводности по времени и наличии модуля автоматизированной подготовки исходных данных при подготовке расчетной схемы.

Для вывода конечно-разностного уравнения рассмотрим дифференциальное уравнение теплопроводности в виде:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \operatorname{div}(\mathbf{q}) + Q_v, \quad (2.2)$$

где

- $\rho$  - плотность;
- $C$  - теплоемкость;
- $\tau$  - время;
- $T$  - температура;
- $\mathbf{q}$  - тепловой поток;
- $Q_v$  - объемное энерговыделение.

На рисунке 2.2 представлена расчетная схема разбивки тела на элементарные объемы.

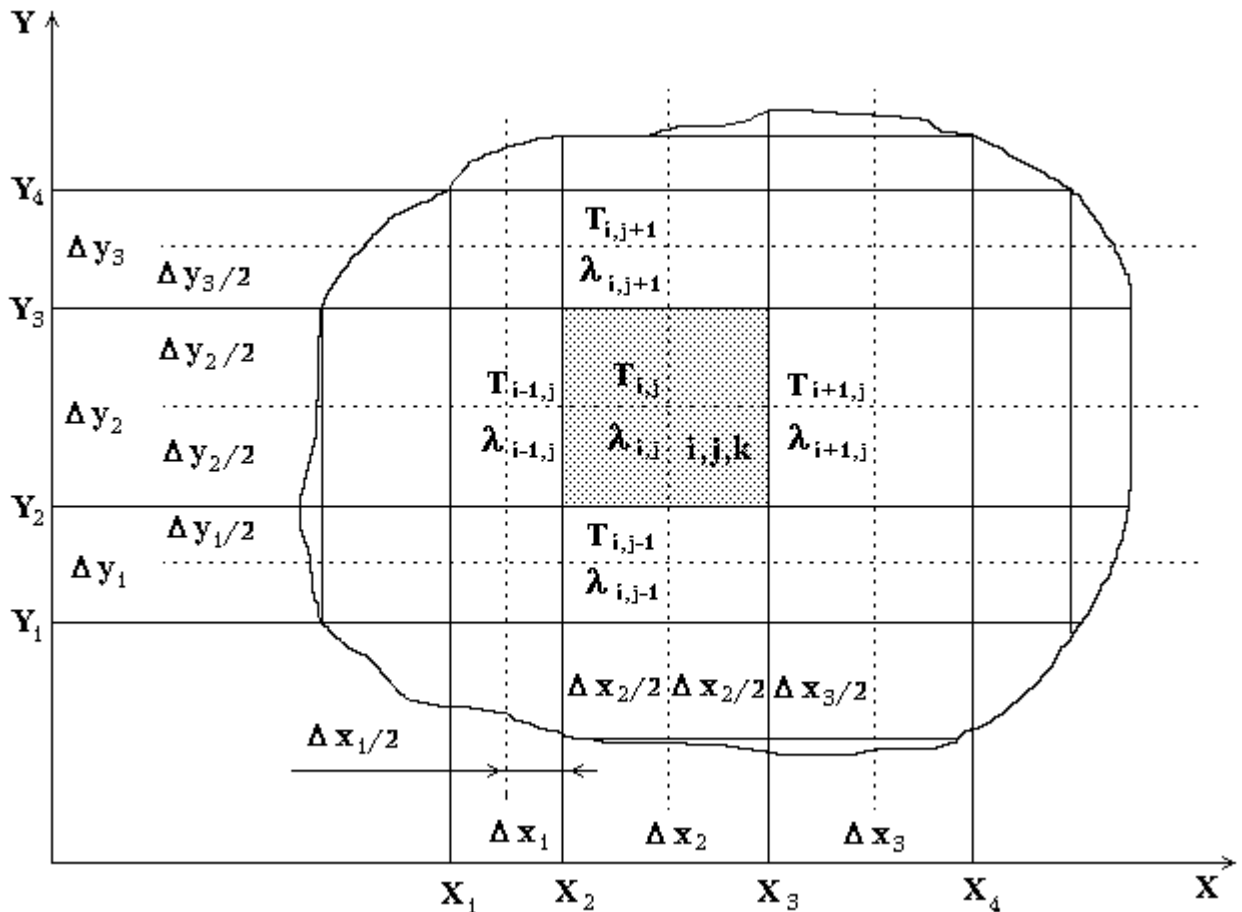


Рисунок 2.2. Расчетная схема

Для простоты рисунка рассмотрен двумерный срез расчетной области.

В дальнейшем условимся, что направление вдоль оси  $X$  будем обозначать индексом  $i$ , вдоль оси  $Y$  -  $j$ , вдоль оси  $Z$  -  $k$ , вдоль оси времени  $\tau$  -  $t$ .

Вывод уравнения осуществим для элементарного объема в виде прямоугольного параллелепипеда, имеющего индексы  $i, j, k$  (на рисунке выделен серым цветом) с размерами  $\Delta x_2, \Delta y_2, \Delta z_2$ .

Для того, чтобы проинтегрировать уравнение теплопроводности по объему следует сделать несколько **ОЧЕНЬ ВАЖНЫХ** допущений, которые в технической литературе часто считаются само собой разумеющимися и не упоминаются:

- предполагается, что температура в каждой расчетной точке в пределах контрольного (элементарного) объема изменяется во времени пропорционально средней, т.е. можно вынести оператор дифференцирования по времени за знак интеграла

$$\int_V \frac{\partial T}{\partial \tau} dV = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_V T dV ;$$

- температура в контрольном объеме после интегрирования в левой части под знаком

производной будет средняя по объему  $\int_V T dV = \Delta V \bar{T}$ , однако расчет температуры в

контрольном объеме следует выполнять относительно не средней, а в центре контрольного объема, т.к. балансные уравнения перетоков тепла между контрольными объемами записываются относительно температуры в центрах контрольных объемов, что будет показано ниже. Обычно во всех программах полагают (и часто об этом не упоминают), что

температура в центре контрольного объема совпадает со средней температурой контрольного объема. В некоторых случаях это совсем не так, т.е. это весьма существенное допущение методики, приводящее либо к завышению, либо к занижению количества тепла, запасенного в контрольном объеме (в зависимости от знака отклонения средней температуры в контрольном объеме от ее значения в центре);

- объемное энерговыделение для контрольного объема  $\int_V Q_v dV = \Delta V \overline{Q_v}$  используется

среднее;

- теплофизические свойства материала в пределах контрольного объема постоянны в пределах временного шага и соответствуют температуре в центре контрольного объема. При использовании неитерационных методов интегрирования уравнений теплофизические свойства соответствуют температуре на предыдущем временном слое, при использовании итерационных методов - как правило, уточняются в процессе итераций на каждом временном слое.

Для снижения погрешности расчета, связанной с упомянутыми выше допущениями, следует снижать размер контрольных объемов, на которые разбивается расчетная область.

В дальнейшем при выводе уравнений мы указанные допущения будем использовать, как само собой разумеющиеся, и подчеркивать, что используются средние значения переменных, не будем.

Кроме того, чтобы не загромождать выражения, при записи разностных схем будем ставить только индексы, отличные от  $i, j, k, t$ , например, вместо записи  $F_{i, j, k+1, t}$  будем записывать  $F_{k+1}$ .

Проинтегрируем уравнение 2.2 по объему  $\Delta V = \Delta x_2 \Delta y_2 \Delta z_2$ . Воспользовавшись теоремой Остроградского для контрольного объема  $i, j, k$  и временного слоя  $t$  получим:

$$\Delta V \rho C \frac{\partial T}{\partial \tau} = - (Q_{i,i+1} + Q_{i,i-1} + Q_{j,j+1} + Q_{j,j-1} + Q_{k,k+1} + Q_{k,k-1}) + \Delta V Q_v, \quad (2.3)$$

где  $Q_{i,i+1}$  означает переток тепла от контрольного объема  $i$  к контрольному объему  $i+1$  и т.д.

Переток тепла между соседними контрольными объемами определяется из уравнения для многослойной плоской стенки:

$$Q_{i,i+1} = -K_{i,i+1} F_{i,i+1} (T_{i+1} - T_i),$$

где

$F_{i,i+1} = \Delta y_2 \Delta z_2$  - поверхность теплообмена;

$K_{i,i+1} = \frac{2\lambda_i \lambda_{i+1}}{\lambda_i \Delta x_{i+1} + \lambda_{i+1} \Delta x_i}$  - коэффициент теплопередачи.

Для контрольного объема, находящегося на границе области обычно записывают граничное условие третьего рода, в этом случае коэффициент теплопередачи в направлении  $i, i+1$  будет иметь вид:

$$K_{i,i+1} = \frac{2\lambda_i \alpha}{2\lambda_i + \alpha \Delta x_i}, \text{ где } \alpha - \text{коэффициент теплоотдачи.}$$

Если ограничивающая расчетную область поверхность отличается от плоской и перпендикулярной к направлению перетока тепла стенки с площадью  $\Delta y_i \Delta z_i$ , коэффициент теплоотдачи должен быть соответствующим образом скорректирован.

Заменим производную температуры от времени на конечно-разностное выражение  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{T_t - T_{t-\Delta t}}{\Delta t}$ . После подстановки в уравнение 2.3 выражений тепловых потоков через

произведение разности температуры по соответствующим направлениям на коэффициенты теплопередачи, получим конечно-разностное выражение для температуры в контрольном объеме  $i, j, k$ :

$$\Delta V \rho C \frac{T_t - T_{t-\Delta t}}{\Delta \tau} = \sum_{l=i;j;k} (K_{l,l+1} F_{l,l+1} (T_{l+1} - T_l) + K_{l,l-1} F_{l,l-1} (T_{l-1} - T_l)) + \Delta V Q_v,$$

учитывая, что  $F_{l,l+1} = F_{l,l-1} = F_l$ , а  $\frac{F_l}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta x_l}$  можем записать:

$$\rho C \frac{T_t - T_{t-\Delta t}}{\Delta \tau} = \sum_{l=i;j;k} \frac{1}{\Delta x_l} (K_{l,l+1} (T_{l+1} - T_l) + K_{l,l-1} (T_{l-1} - T_l)) + Q_v, \quad (2.4)$$

выразив температуру в данном контрольном объеме на текущем временном слое в зависимости от температуры в соседних контрольных объемах и на предыдущем временном срезе  $t-\Delta t$  получим:

$$T_{i,j,k,t} = \frac{\rho C \frac{T_{t-\Delta t}}{\Delta \tau} + \sum_{l=i;j;k} \frac{1}{\Delta x_l} (K_{l,l+1} T_{l+1} + K_{l,l-1} T_{l-1}) + Q_v}{\frac{\rho C}{\Delta \tau} + \sum_{l=i;j;k} \frac{1}{\Delta x_l} (K_{l,l+1} + K_{l,l-1})}. \quad (2.5)$$

Полученная формула позволяет итерационно вычислять температуру в контрольном объеме  $i, j, k$  в зависимости от температуры в соседних контрольных объемах. Для пограничных контрольных объемов соседней температурой в данном направлении является температура теплоносителя.

Обычно задачи данного типа решаются итерационно, что позволяет сэкономить значительный объем оперативной памяти ЭВМ, а для задач с большим числом контрольных объемов итерационная процедура сходится значительно быстрее матричных методов. Тем не менее, уравнение 2.4 может быть преобразовано к матричному виду, при этом получается слабозаполненная полосовая матрица размерностью  $N^2$ , где  $N$  - число контрольных объемов, содержащая семь ненулевых диагоналей.

В заключение рассмотрения метода элементарных балансов следует заметить, что уравнения могут быть записаны не только в декартовой, но и в любой другой системе координат.

## 2.2 Метод конечных разностей (метод сеток)

Для уравнения в частных производных при заданной сетке конечно-разностный аналог уравнения может быть построен различными методами. Основным методом, который используется в данном случае, является метод интерполяции функции полиномом второго порядка. Особенностью предлагаемого подхода является предположение о том, что искомая функция, удовлетворяющая параболическому уравнению, является непрерывной и дважды дифференцируемой на границе области определения.

Первые исследования излагаемого конечно-разностного подхода были реализованы путем решения уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат для расчета температурных полей в тепловыделяющих элементах (ТВЭлах) ЯЭУ. Результаты верификации программы решения уравнения теплопроводности в ТВЭлах [31] продемонстрировали столь высокое совпадение конечно-разностных расчетов с аналитическими тестами, что было принято решение использовать аналогичный подход и для решения уравнения переноса нейтронов в двухгрупповом диффузионном приближении.

### 2.2.1 Вывод конечно-разностных формул для метода сеток

Рассмотрим некую функцию  $F$ , зависящую от пространственной координаты  $x$

$$F = F(x).$$

Графически зависимость представлена на рис. 2.3.

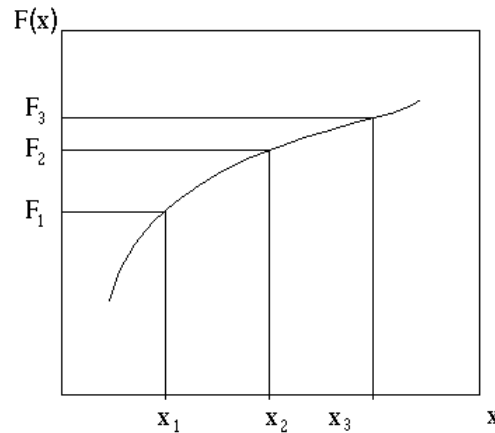


Рис. 2.3

Если шаг разностной сетки постоянный (т.е.  $x_3 - x_2 = x_2 - x_1$ ), пусть  $\Delta x = x_2 - x_1$ . В этом случае, аппроксимировав зависимость  $F(x)$  в интервале  $[x_1, x_3]$  полиномом второго порядка  $F(x) = ax^2 + bx + c$ , можно вывести конечно-разностную формулу для производных  $F'(x)$  и  $F''(x)$  в зависимости от значения функции  $F(x)$  в узловых точках. Эту зависимость можно получить как с помощью разложения функции  $F(x)$  в ряд Тейлора [32] (в этом случае можно оценить величину отбрасываемого члена), так и чисто алгебраически, решив систему алгебраических уравнений. В последнем случае можно вывести конечно-разностные формулы и для сетки с переменным шагом. Запишем исходную систему уравнений:

$$F_1 = ax_1^2 + bx_1 + c$$

$$F_2 = ax_2^2 + bx_2 + c$$

$$F_3 = ax_3^2 + bx_3 + c.$$

Выразим из системы уравнений коэффициенты  $a$  и  $b$  через  $F_1, F_2$  и  $F_3$  и подставим в выражение для первой и второй производных для полинома второго порядка:

$$\frac{dF}{dx} = 2ax + b$$

$$\frac{d^2F}{dx^2} = 2a.$$

Поскольку в задачах, наиболее часто встречающихся в реакторных расчетах, как правило, достаточно применения сеток с постоянным шагом, разностные формулы с переменным шагом разностной сетки в данной работе рассматриваться не будут.

Для сетки с постоянным шагом производные  $F'(x)$  и  $F''(x)$  примут вид:

$$\left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=x_1} = \frac{-3F_1 + 4F_2 - F_3}{2\Delta x} + O(\Delta x^2), \quad (2.6)$$

$$\left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=x_2} = \frac{F_3 - F_1}{2\Delta x} + O(\Delta x^2), \quad (2.7)$$

$$\left. \frac{dF}{dx} \right|_{x=x_3} = \frac{3F_3 - 4F_2 + F_1}{2\Delta x} + O(\Delta x^2), \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2F}{dx^2} \Big|_{x=x_1=x_2=x_3} = \frac{F_3 - 2F_2 + F_1}{\Delta x^2} + O(\Delta x^2). \quad (2.9)$$

Данный конечно-разностный вид записи уравнений будем называть трехточечным шаблоном. Для двухточечного разностного шаблона (линейная аппроксимация) первая производная будет иметь вид:

$$\frac{dF}{dx} \Big|_{x=x_1=x_2} = \frac{F_2 - F_1}{\Delta x} + O(\Delta x). \quad (2.10)$$

## 2.2.2 Применение метода сеток для решения уравнения теплопроводности

Использование метода конечных разностей покажем на примере замены дифференциального уравнения теплопроводности его конечно-разностным аналогом.

Нестационарное уравнение теплопроводности имеет вид:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad}(T)) + Q, \quad (2.11)$$

где

- $C$  - теплоемкость;
- $T$  - температура (искомый функционал);
- $\lambda$  - теплопроводность (диффузионный коэффициент);
- $Q$  - объемное энерговыделение (источник или сток).

В качестве примера прямого использования приведенных выше формул (2.6 - 2.10) запишем конечно-разностное уравнение для уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат для внутреннего узла (не центрального и не пограничного по любой из осей координат).

В цилиндрической системе координат уравнение теплопроводности имеет вид:

$$C \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\lambda}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \lambda}{\partial \varphi} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial z} + Q_v \quad (2.12).$$

На рис. 2.4 представлен расчетный шаблон внутренней области.

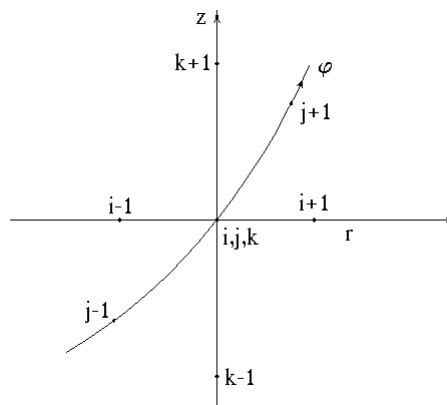


Рис. 2.4

### 2.2.2.1 Вывод конечно-разностного уравнения

Конечно-разностное уравнение выведем для внутреннего узла  $i, j, k$ , где индекс  $i$  означает номер узла в радиальном направлении (вдоль оси  $x$ ), индекс  $j$  - в азимутальном направлении (вдоль оси  $\varphi$ ), индекс  $k$  - в осевом направлении (вдоль оси  $z$ ), индекс  $\tau$  - вдоль оси времени (ось  $\tau$ ). Для сокращения выкладок вместо индексов узла, например  $i, j+1, k, \tau$ , будем записывать только изменяемый индекс  $j+1$ .

Заменив производные их конечно-разностным аналогом (для времени воспользуемся двухточечным шаблоном:  $\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{T^\tau - T^{\tau-1}}{\Delta \tau}$ ), для узла с индексом  $i$  конечно-разностное алгебраическое уравнение будет иметь вид:

$$T_{i,j,k}^\tau = \left( \frac{CT^{\tau-1}}{\Delta \tau} + T_{i+1} \left( \frac{\lambda}{\Delta r^2} + \frac{\lambda}{2r \Delta r} + \frac{(\lambda_{i+1} - \lambda_{i-1})}{4\Delta r^2} \right) + T_{i-1} \left( \frac{\lambda}{\Delta r^2} - \frac{\lambda}{2r \Delta r} - \frac{(\lambda_{i+1} - \lambda_{i-1})}{4\Delta r^2} \right) + \right. \\ \left. + T_{j+1} \left( \frac{\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} + \frac{(\lambda_{j+1} - \lambda_{j-1})}{4r^2 \Delta \varphi^2} \right) + T_{j-1} \left( \frac{\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} - \frac{(\lambda_{j+1} - \lambda_{j-1})}{4r^2 \Delta \varphi^2} \right) + T_{k+1} \left( \frac{\lambda}{\Delta z^2} + \frac{(\lambda_{k+1} - \lambda_{k-1})}{4\Delta z^2} \right) + \right.$$

$$+ T_{k-1} \left( \frac{\lambda}{\Delta z^2} - \frac{(\lambda_{k+1} - \lambda_{k-1})}{4\Delta z^2} \right) + Q_v) / \left( \frac{C}{\Delta \tau} + \frac{2\lambda}{\Delta r^2} + \frac{2\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} + \frac{2\lambda}{\Delta z^2} \right) \quad (2.13).$$

Поскольку радиальная составляющая диффузионного оператора  $\nabla_r(\lambda \nabla_r T)$  в дальнейших примерах будет изменяться, выделим для нашего примера ее отдельно:

$$\nabla_r(\lambda \nabla_r T) = T_{i+1} \left( \frac{\lambda}{\Delta r^2} + \frac{\lambda}{2r\Delta r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{1}{2\Delta r} \right) - T_i \frac{2\lambda}{\Delta r^2} + T_{i-1} \left( \frac{\lambda}{\Delta r^2} - \frac{\lambda}{2r\Delta r} - \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{1}{2\Delta r} \right) \quad (2.14),$$

где

$$\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_{i-1}}{2\Delta r}.$$

Особенность излагаемого ниже подхода при решении параболического уравнения методом конечных разностей (методом сеток) заключается в получении алгебраических конечно-разностных аналогов дифференциальных уравнений в граничных узлах области определения.

### 2.2.2.2 Граничные условия первого и второго рода

Граничное условие первого рода:

$$T \Big|_{x=x_r} = T_f,$$

где  $T_f$  - температура пограничной поверхности.

Граничное условие первого рода является частным случаем граничного условия третьего рода с очень большим коэффициентом теплоотдачи к внешней среде.

Граничное условие второго рода в реакторных расчетах довольно редко используется на практике, т.к. предполагает известное значение величины потока через поверхность:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_r} = Q_f,$$

где  $Q_f$  - тепловой поток на поверхности.

Это граничное условие может также рассматриваться, как частный случай граничного условия третьего рода.

### 2.2.2.3 Граничное условие третьего рода

Граничное условие третьего рода наиболее часто встречается в реакторных расчетах, как при решении уравнения теплопроводности, так и при решении уравнения диффузии нейтронов.

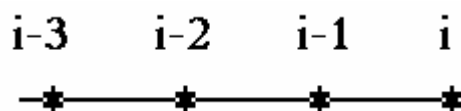
$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_r} = \alpha (T_f - T \Big|_{x=x_r}) \quad (2.15),$$

где

$T_f$  - температура внешней среды,

$\alpha$  - коэффициент теплоотдачи.

Разностный шаблон на границе области может быть представлен в виде:



Рассмотрим для простоты только радиальную составляющую диффузионного оператора:

$$\nabla_r(\lambda \nabla_r T) = \lambda \Delta_r T + \nabla_r \lambda \nabla_r T = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\lambda}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} \quad (2.16).$$

Рассматривать составляющие диффузионного оператора по другим осям не будем, т.к. вывод абсолютно идентичен.

Основная идея подстановки граничного условия непосредственно в диффузионный оператор заключается в следующем:

- диффузионный оператор может быть представлен, как последовательное вычисление частной производной от функционала

$$\Delta_r T = \nabla(\nabla T) = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

Проведем последовательную замену дифференциального оператора конечно-разностным. На первом шаге для узла  $i$  получим:

$$\Delta_r T = \nabla(\nabla T) = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{3T_i - 4T_{i-1} + T_{i-2}}{2\Delta r} \right).$$

Далее (в этом и заключается особенность метода подстановки граничного условия непосредственно в уравнение) выполним дифференцирование функционала в каждом из узлов:

$\frac{\partial T_i}{\partial r} = \frac{\alpha}{\lambda} (T_f - T_i)$  - собственно подстановка граничного условия. Имея в виду, что  $T \Big|_{x=x_r} = T_i$ , получим

$$\frac{\partial T_{i-1}}{\partial r} = \frac{T_i - T_{i-2}}{2\Delta r},$$

Для узла  $i-2$  производную можно вычислить либо через узлы  $i-1$  и  $i-3$ :

$$\frac{\partial T_{i-2}}{\partial r} = \frac{T_{i-1} - T_{i-3}}{2\Delta r},$$

в этом случае окончательное конечно-разностное уравнение будет выражено через четыре соседних узла, либо через узлы  $i$ ,  $i-1$  и  $i-2$ :

$$\frac{\partial T_{i-2}}{\partial r} = \frac{-3T_{i-2} + 4T_{i-1} - T_i}{2\Delta r}.$$

В “классическом” исполнении используется четырехточечная разностная схема. В дальнейшем будут показаны случаи применения и других подходов при записи конечно-разностного выражения в пограничном узле.

Во всех случаях вместо первой производной в узле  $i$  всегда подставляется ее значение, выраженное через граничное условие. Для упрощения выкладок значение частной производной от теплопроводности, вычисляемой в программе по формуле

$$\frac{\partial \lambda}{\partial r} = \frac{3\lambda_i - 4\lambda_{i-1} + \lambda_{i-2}}{2\Delta r} \quad (2.17)$$

будем обозначать как  $\frac{\partial \lambda}{\partial r}$ .

Таким образом, произведя подстановку в исходное выражение для радиальной составляющей диффузионного оператора, получим конечно-разностный аналог оператора диффузии в пограничном узле с граничным условием третьего рода:

$$\nabla_r(\lambda \nabla_r T) = -T_i \left( \frac{\lambda}{\Delta r^2} + \frac{3\alpha}{2\Delta r} + \frac{\alpha}{r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\alpha}{\lambda} \right) + T_{i-1} \frac{\lambda}{\Delta r^2} + T_{i-2} \frac{\lambda}{4\Delta r^2} - T_{i-3} \frac{\lambda}{4\Delta r^2} + T_f \left( \frac{3\alpha}{2\Delta r} + \frac{\alpha}{r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\alpha}{\lambda} \right) \quad (2.18)$$

Следует особо заметить, что все коэффициенты перед  $T_i$ , кроме произвольного  $\frac{\partial \lambda}{\partial r}$ , являются строго отрицательными, что позволило вынести знак “-” за скобки. Это является признаком **правильно** сделанных выкладок.

Заменяя в уравнении (2.13) оператор радиальной диффузии для внутреннего узла (2.14) на выведенный нами оператор радиальной диффузии для внутреннего узла (2.18), получим конечно-разностное уравнение для граничного условия третьего рода:

$$\begin{aligned} T_{i,j,k}^\tau = & \left( \frac{CT^{\tau-1}}{\Delta \tau} + T_{i-1} \frac{\lambda}{\Delta r^2} + T_{i-2} \frac{\lambda}{4\Delta r^2} - T_{i-3} \frac{\lambda}{4\Delta r^2} + T_f \left( \frac{3\alpha}{2\Delta r} + \frac{\alpha}{r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\alpha}{\lambda} \right) + \right. \\ & + T_{j+1} \left( \frac{\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} + \frac{(\lambda_{j+1} - \lambda_{j-1})}{4r^2 \Delta \varphi^2} \right) + T_{j-1} \left( \frac{\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} - \frac{(\lambda_{j+1} - \lambda_{j-1})}{4r^2 \Delta \varphi^2} \right) + T_{k+1} \left( \frac{\lambda}{\Delta z^2} + \frac{(\lambda_{k+1} - \lambda_{k-1})}{4\Delta z^2} \right) + \\ & \left. + T_{k-1} \left( \frac{\lambda}{\Delta z^2} - \frac{(\lambda_{k+1} - \lambda_{k-1})}{4\Delta z^2} \right) + Q_v \right) / \left( \frac{C}{\Delta \tau} + \frac{\lambda}{\Delta r^2} + \frac{3\alpha}{2\Delta r} + \frac{\alpha}{r} + \frac{\partial \lambda}{\partial r} \frac{\alpha}{\lambda} + \frac{2\lambda}{r^2 \Delta \varphi^2} + \frac{2\lambda}{\Delta z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.19).$$

#### 2.2.2.4 Граничное условие четвертого рода

Граничное условие четвертого рода - это граничное условие между идеально соприкасающимися теплопроводящими материалами, как правило, различающимися по своим теплофизическим свойствам.

Граничное условие четвертого рода состоит из условия неразрывности функционала

$$T \Big|_{\text{слева}} = T \Big|_{\text{справа}}$$

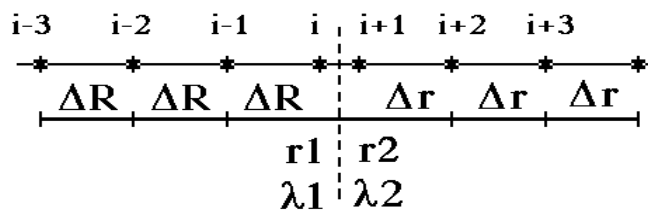
и величины тока:

$$\lambda_1 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\text{слева}} = \lambda_2 \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{\text{справа}}$$

Для определенности коэффициент теплопроводности слева обозначен как  $\lambda_1$ , а коэффициент теплопроводности справа как  $\lambda_2$ .

Внутренняя граница в сплошной среде может быть как реальной (контакт материалов с разными теплофизическими свойствами), так и фиктивной, например, если нужно изменить шаг разностной сетки.

Было разработано два подхода для записи внутреннего граничного условия. В первом случае узел на границе рассматривается как два узла, имеющие одинаковую (для уравнения теплопроводности) температуру. Разностный шаблон для данного подхода представлен на **рис. 2.5**.



**Рис. 2.5**

В этом случае система уравнений решается отдельно для узла слева и справа от границы (в нашем примере это узлы  $i$  и  $i+1$ )

В другом подходе рассматривается один узел, которому приписываются свойства материала одновременно справа и слева от границы. Разностный шаблон представлен на **рис. 2.6**.

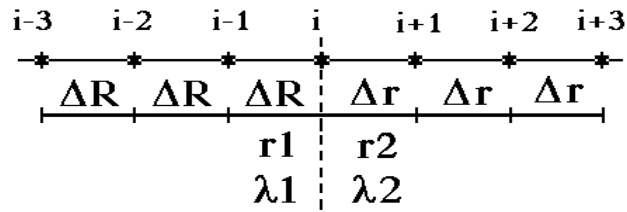


Рис. 2.6

При использовании одного узла на границе разностное уравнение записывается для границы слева, затем для границы справа, а полученные разностные уравнения складываются. Следует подчеркнуть, что уравнения “слева” и “справа” выводятся не только для радиальной составляющей диффузионного оператора (в нашем примере), а для всего уравнения в целом.

Обозначим свойства материала слева от границы индексом “1”, справа от границы - индексом “2”.

Поскольку вывод уравнения для граничного условия четвертого рода как для двух пограничных узлов, так и для одного абсолютно идентичен (за исключением перекрестной подстановки температуры в уравнении с двумя узлами), выведем систему уравнений с одним пограничным узлом, т.к. в этом случае отпадет необходимость в изменении индексов узлов при переходе от левого пограничного узла к правому, а также подставлять граничное условие

$$T \Big|_{\text{слева}} = T \Big|_{\text{справа}}.$$

### 1) Граница справа от узла

Вывод разностного уравнения для граничного условия четвертого рода полностью аналогичен выводу уравнения (2.19). Граничное условие в узле  $i$  в соответствии с обозначениями на рис. 2.6 имеет вид:

$$\frac{\partial T_i}{\partial r} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \frac{-3T_i + 4T_{i+1} - T_{i+2}}{2\Delta r} \quad (2.20).$$

Радиальный оператор утечки соответственно будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \nabla_r(\lambda \nabla_r T) = & -T_i \left( \frac{\lambda_1}{\Delta R^2} + \frac{9\lambda_2}{4\Delta R \Delta r} + \frac{3\lambda_2}{2R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial r} \frac{3\lambda_2}{2\Delta r \lambda_1} \right) + T_{i-1} \frac{\lambda_1}{\Delta R^2} + T_{i-2} \frac{\lambda_1}{4\Delta R^2} - T_{i-3} \frac{\lambda_1}{4\Delta R^2} + \\ & + T_{i+1} \left( \frac{3\lambda_2}{\Delta R \Delta r} + \frac{2\lambda_2}{R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial r} \frac{2\lambda_2}{\Delta r \lambda_1} \right) - T_{i+2} \left( \frac{3\lambda_2}{4\Delta R \Delta r} + \frac{\lambda_2}{2R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_1}{\partial r} \frac{\lambda_2}{2\Delta r \lambda_1} \right) \end{aligned} \quad (2.21).$$

### 2) Граница слева от узла

Уравнение для граничного условия слева от узла полностью симметрично уравнению (2.21). Индексы в уравнениях в зависимости от удаленности от узла симметрично меняются местами:

$$\begin{aligned} \nabla_r(\lambda \nabla_r T) = & -T_i \left( \frac{\lambda_2}{\Delta R^2} + \frac{9\lambda_1}{4\Delta R \Delta r} + \frac{3\lambda_1}{2R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial r} \frac{3\lambda_1}{2\Delta r \lambda_2} \right) + T_{i+1} \frac{\lambda_2}{\Delta R^2} + T_{i+2} \frac{\lambda_2}{4\Delta R^2} - T_{i+3} \frac{\lambda_2}{4\Delta R^2} + \\ & + T_{i-1} \left( \frac{3\lambda_1}{\Delta R \Delta r} + \frac{2\lambda_1}{R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial r} \frac{2\lambda_1}{\Delta r \lambda_2} \right) - T_{i-2} \left( \frac{3\lambda_1}{4\Delta R \Delta r} + \frac{\lambda_1}{2R \Delta r} + \frac{\partial \lambda_2}{\partial r} \frac{\lambda_1}{2\Delta r \lambda_2} \right) \end{aligned} \quad (2.22).$$

### 3) Конечно-разностное уравнение

Подставив уравнения (2.21) и (2.22) в уравнение (2.13) и сложив два получившихся уравнения, получим окончательное конечно-разностное уравнение для граничного условия четвертого рода:

$$\begin{aligned}
T_{i,j,k}^{\tau} = & \left( \frac{(C_1+C_2)T^{\tau-1}}{\Delta\tau} - T_{i-3} \frac{\lambda_1}{4\Delta R^2} + T_{i-2} \left( \frac{\lambda_1}{4\Delta R^2} - \frac{3\lambda_1}{4\Delta R\Delta r} - \frac{\lambda_1}{2R\Delta R} - \frac{\partial\lambda_2}{\partial r} \frac{\lambda_1}{2\Delta R\lambda_2} \right) + \right. \\
& + T_{i-1} \left( \frac{\lambda_1}{\Delta R^2} + \frac{3\lambda_1}{\Delta R\Delta r} + \frac{2\lambda_1}{R\Delta R} + \frac{\partial\lambda_2}{\partial r} \frac{2\lambda_1}{\Delta R\lambda_2} \right) + T_{i+1} \left( \frac{\lambda_2}{\Delta r^2} + \frac{3\lambda_2}{\Delta R\Delta r} + \frac{2\lambda_2}{R\Delta r} + \frac{\partial\lambda_1}{\partial r} \frac{2\lambda_2}{\Delta r\lambda_1} \right) + \\
& + T_{i+2} \left( \frac{\lambda_2}{4\Delta r^2} - \frac{3\lambda_2}{4\Delta R\Delta r} - \frac{\lambda_2}{2R\Delta r} - \frac{\partial\lambda_1}{\partial r} \frac{\lambda_2}{2\Delta r\lambda_1} \right) - T_{i+3} \frac{\lambda_2}{4\Delta r^2} + Q_{v1} + Q_{v2} + \\
& + T_{j+1} \left( \frac{\lambda_1+\lambda_2}{R^2\Delta\varphi^2} + \frac{\lambda_{1j+1}-\lambda_{1j-1}+\lambda_{2j+1}-\lambda_{2j-1}}{4R^2\Delta\varphi^2} \right) + T_{j-1} \left( \frac{\lambda_1+\lambda_2}{R^2\Delta\varphi^2} - \frac{\lambda_{1j+1}-\lambda_{1j-1}+\lambda_{2j+1}-\lambda_{2j-1}}{4R^2\Delta\varphi^2} \right) + \\
& + T_{k+1} \left( \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\Delta z^2} + \frac{\lambda_{1k+1}-\lambda_{1k-1}+\lambda_{2k+1}-\lambda_{2k-1}}{4\Delta z^2} \right) + T_{k-1} \left( \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\Delta z^2} - \frac{\lambda_{1k+1}-\lambda_{1k-1}+\lambda_{2k+1}-\lambda_{2k-1}}{4\Delta z^2} \right) \Big/ \\
& \left( \frac{\lambda_1}{\Delta R^2} + \frac{9(\lambda_2+\lambda_1)}{4\Delta R\Delta r} + \frac{3\lambda_2}{2R\Delta r} + \frac{\partial\lambda_1}{\partial r} \frac{3\lambda_2}{2\Delta r\lambda_1} + \frac{\lambda_2}{\Delta r^2} + \frac{3\lambda_1}{2R\Delta R} + \frac{\partial\lambda_2}{\partial r} \frac{3\lambda_1}{2\Delta R\lambda_2} + \right. \\
& \left. + \frac{C_1+C_2}{\Delta\tau} + \frac{2(\lambda_1+\lambda_2)}{r^2\Delta\varphi^2} + \frac{2(\lambda_1+\lambda_2)}{\Delta z^2} \right) \tag{2.23}.
\end{aligned}$$

Таким образом, получена система алгебраических уравнений, решение которой позволяет определять поле температуры в трехмерном многослойном цилиндре. Вывод конечно-разностных уравнений для граничных условий в случае азимутальной и аксиальной неоднородности теплофизических свойств абсолютно аналогичен.

Хотя в качестве примера конечно-разностные уравнения были выведены для цилиндрической системы координат, получение аналогичных уравнений в любой другой системе координат аналогично.

В комплект программ, предлагаемых студентам для практических работ, включена программа TVEL, написанная в институте АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ в точном соответствии с вышеизложенной методикой.

### 3 ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНОЙ МЕТОДИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ДИФФУЗИИ НЕЙТРОНОВ

Ниже рассмотрено применение конечно-разностной методики для решения уравнений диффузии нейтронов. Структура этого уравнения имеет аналогичный вид со структурой уравнения теплопроводности, что позволяет использовать тот же подход, как и для уравнения теплопроводности.

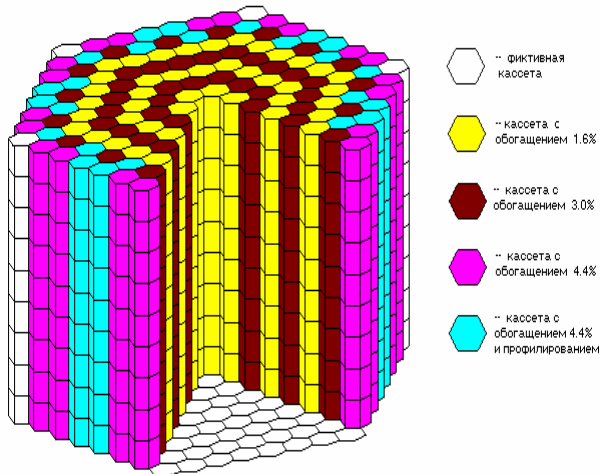


Рис. 3.1

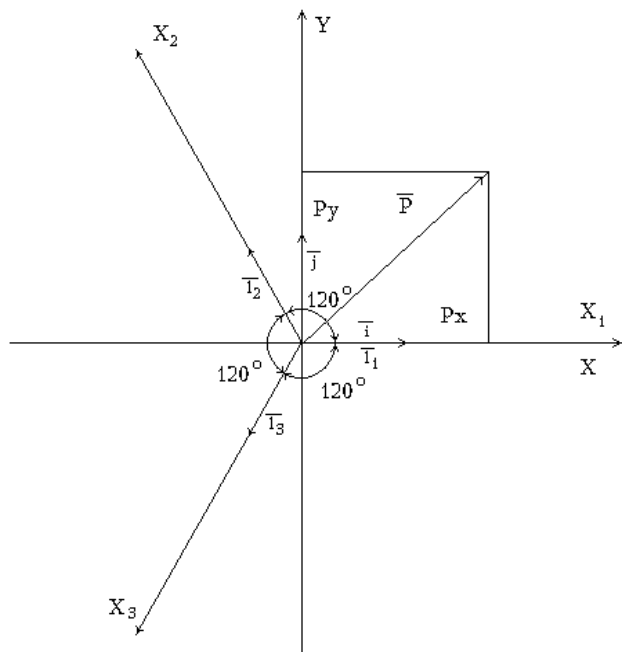


Рис. 3.2

Поскольку разложить вектор  $\bar{P}$  можно только по независимой системе векторов (на плоскости это два вектора), для разложения вектора  $\bar{P}$  по осям координат  $X_1, X_2, X_3$  необходимо ввести какое-то допущение. Поскольку оси координат  $X_1, X_2, X_3$  равноправны между собой, будем полагать, что разложением вектора  $\bar{P}$  по направлениям осей координат  $X_1, X_2, X_3$  являются проекции вектора  $\bar{P}$  на оси координат  $X_1, X_2, X_3$ , умноженные на

Вывод уравнений сделаем применительно к гексагональной решетке, соответствующей загрузке реакторов типа ВВЭР. На рисунке 3.1 схематично изображена активная зона реактора ВВЭР-1000.

Для вывода уравнения диффузии в гексагональной геометрии необходимо определить оператор перехода от декартовой геометрии к гексагональной.

Особенностью гексагональной геометрии является наличие трех равноправных направлений, расположенных между собой под углом  $120^\circ$ . Как известно из векторной алгебры, на плоскости может быть только две базовые оси координат, не направленные в одну сторону (т.е. расположенные под углом друг к другу, отличным от  $0^\circ$  и  $180^\circ$ ). В нашем случае имеется три равноправных оси координат. На рисунке 3.2 изображена декартова система координат  $XOY$ . Для простоты выкладок совместим начало координат гексагональной системы координат  $X_1, X_2, X_3$  с началом координат  $XOY$ , ось  $X_1$  направим вдоль оси  $OX$ .

Для вывода преобразования координат вектора из системы  $XOY$  в систему координат  $X_1, X_2, X_3$  рассмотрим произвольный вектор  $\bar{P}$  с проекциями на оси  $OX$  и  $OY$   $P_x$  и  $P_y$ . Единичный вектор, направленный вдоль оси  $OX$  обозначим как  $\bar{i}$ , вдоль оси  $OY$  -  $\bar{j}$ , в вдоль осей  $X_1, X_2, X_3$  - соответственно  $\bar{I}_1, \bar{I}_2$  и  $\bar{I}_3$ .

некоторую постоянную  $A$ , которая и является коэффициентом соответствующего преобразования.

Для того, чтобы спроектировать вектор на какое-либо направление, достаточно найти скалярное произведение вектора на единичный вектор, направленный в данном направлении.

$$\begin{aligned} \text{Векторы} \quad \bar{\mathbf{P}} &= P_x \bar{\mathbf{i}} + P_y \bar{\mathbf{j}}; \\ \bar{\mathbf{l}}_1 &= 1 \bar{\mathbf{i}} + 0 \bar{\mathbf{j}}; \\ \bar{\mathbf{l}}_2 &= -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{i}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{\mathbf{j}}; \\ \bar{\mathbf{l}}_3 &= -\frac{1}{2} \bar{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \bar{\mathbf{j}}. \end{aligned}$$

Соответственно проекции вектора  $\bar{\mathbf{P}}$  на оси координат  $X_1, X_2, X_3$  будут иметь вид:

$$\begin{aligned} - \text{ на ось } X_1 \quad P_1 &= A P_x; \\ - \text{ на ось } X_2 \quad P_2 &= A \cdot \left( -\frac{1}{2} P_x + \frac{\sqrt{3}}{2} P_y \right); \\ - \text{ на ось } X_3 \quad P_3 &= A \cdot \left( -\frac{1}{2} P_x - \frac{\sqrt{3}}{2} P_y \right). \end{aligned}$$

Поскольку вектор  $\bar{\mathbf{P}} = P_x \bar{\mathbf{i}} + P_y \bar{\mathbf{j}} = P_1 \bar{\mathbf{l}}_1 + P_2 \bar{\mathbf{l}}_2 + P_3 \bar{\mathbf{l}}_3$ , найдем коэффициент преобразования  $A$ .

$$\begin{aligned} P_1 \bar{\mathbf{l}}_1 &= A P_x \bar{\mathbf{i}}; \\ P_2 \bar{\mathbf{l}}_2 &= A \cdot \left( \frac{1}{4} P_x \bar{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{3}}{4} P_y \bar{\mathbf{i}} - \frac{\sqrt{3}}{4} P_x \bar{\mathbf{j}} + \frac{3}{4} P_y \bar{\mathbf{j}} \right); \\ P_3 \bar{\mathbf{l}}_3 &= A \cdot \left( \frac{1}{4} P_x \bar{\mathbf{i}} + \frac{\sqrt{3}}{4} P_y \bar{\mathbf{i}} + \frac{\sqrt{3}}{4} P_x \bar{\mathbf{j}} + \frac{3}{4} P_y \bar{\mathbf{j}} \right). \end{aligned}$$

Сложив полученные вектора и приведя подобные члены, получим:

$$\bar{\mathbf{P}} = A \cdot \left( \frac{3}{2} P_x \bar{\mathbf{i}} + \frac{3}{2} P_y \bar{\mathbf{j}} \right) \text{ и это должно быть равно } P_x \bar{\mathbf{i}} + P_y \bar{\mathbf{j}}, \text{ откуда}$$

$$A = \frac{2}{3}.$$

Таким образом, при разложении вектора в гексагональной системе координат его проекции на оси координат следует умножить на  $\frac{2}{3}$ .

### 3.1 Методика решения уравнения нейтронной кинетики с одним расчетным узлом в поперечном сечении кассеты

Уравнение кинетики в общем виде в диффузионном приближении для быстрой группы [33], [34] имеет вид:

$$\frac{1}{V_1} \frac{\partial F_1}{\partial t} = \nabla(D_1 \nabla(F_1)) + \Psi(1 - \beta) + \sum_{i=1}^n \lambda_i C_i - (\Sigma_{зам} + \Sigma_{a1}) F_1 .$$

Для тепловой группы:

$$\frac{1}{V_2} \frac{\partial F_2}{\partial t} = \nabla(D_2 \nabla(F_2)) + \Sigma_{зам} F_1 - \Sigma_{a2} F_2 ;$$

где

$F$  - поток нейтронов;

$V$  - скорость нейтронов;

$D$  - коэффициент диффузии;

$\Psi = v_{f1} \Sigma_{f1} F_1 + v_{f2} \Sigma_{f2} F_2$  - источник нейтронов;

$v_f$  - выход нейтронов на акт деления;

$\Sigma_f$  - сечение деления;

$\lambda$  - постоянная распада источников запаздывающих нейтронов;

$\beta = \sum_{i=1}^n \beta_i$  - доля запаздывающих нейтронов;

$C$  - концентрация источников запаздывающих нейтронов;

$\Sigma_{зам}$  - сечение замедления;

$\Sigma_a$  - сечение поглощения .

Уравнение для запаздывающих нейтронов:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \beta_i \Psi - \lambda_i C_i .$$

Поскольку разрабатываемая методика предназначена для моделирования реакторных установок типа ВВЭР, имеющих топливные сборки в форме призмы с шестигранником в основании, воспользуемся преобразованием оператора  $\nabla(D \nabla(F))$  из декартовой системы координат в неортогональную (в плане) гексагональную систему координат в соответствии с полученным в предыдущем параграфе коэффициентом преобразования.

Расчетный шаблон представлен на **рис. 3.3**.

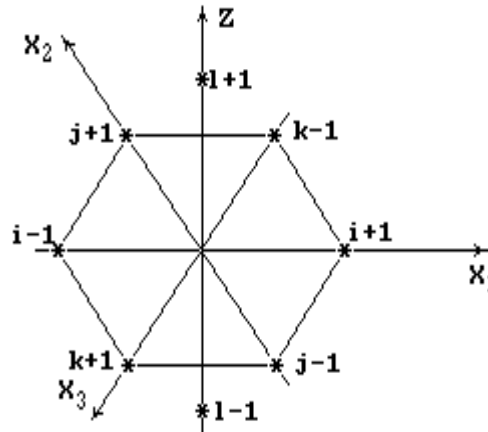


Рис. 3.3

$$\nabla(\mathbf{D} \nabla(\mathbf{F})) = \nabla(\mathbf{D}) \nabla(\mathbf{F}) + \mathbf{D} \Delta \mathbf{F}:$$

$$\Delta \mathbf{F} = \frac{2}{3} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_2^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_3^2} \right) + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial Z^2};$$

$$\nabla(\mathbf{D}) \nabla(\mathbf{F}) = \frac{2}{3} \left( \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_1} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_1} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_2} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_2} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_3} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_3} \right) + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Z} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial Z}.$$

Таким образом, оператор  $\nabla(\mathbf{D} \nabla(\mathbf{F}))$  принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla(\mathbf{D} \nabla(\mathbf{F})) &= \frac{2}{3} \mathbf{D} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_2^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial X_3^2} \right) + \mathbf{D} \frac{\partial^2 \mathbf{F}}{\partial Z^2} + \\ &+ \frac{2}{3} \left( \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_1} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_1} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_2} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_2} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial X_3} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_3} \right) + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial Z} \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Z}. \end{aligned}$$

### 3.1.1 Вывод сеточного уравнения

#### 3.1.1.1 Учет недифференцируемости коэффициента диффузии

Крупносеточным допущением, когда в поперечном сечении активной зоны тепловыделяющая сборка (ТВС) рассматривается, как отдельная расчетная ячейка, нейтронно-физические свойства среды в пределах поперечного сечения ТВС, совпадающей в нашем случае с расчетной ячейкой, полагаются постоянными. Для получения корректных результатов необходимо соответствующим образом модифицировать разностное уравнение.

Наиболее интересным является приближение, когда величина коэффициента диффузии по кассетам меняется ступенчато, что соответствует и способу подготовки нейтронно-физических сечений, усредненных в поперечном сечении кассеты. В то же время, при использовании крупносеточного приближения в принципе невозможно правильно определить характер изменения параметров теплоносителя в поперечном сечении кассеты, т.к. для определения профиля плотности и температуры теплоносителя в поперечном сечении кассеты необходим потвэльный расчет кассеты.

Рассмотрим поле потока нейтронов на границе между ячейками с различными коэффициентами диффузии (рис. 3.4)

Запишем условие сшивки токов нейтронов на границе:

$$D \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\Gamma} = D_{i+1} \frac{\partial F_{i+1}}{\partial X} \Big|_{\Gamma}$$

$F_{\Gamma}$  - значение потока на границе.

Тогда можем записать в разностном виде:

$$D \frac{F_{\Gamma} - F}{H/2} = D_{i+1} \frac{F_{i+1} - F_{\Gamma}}{H/2}.$$

Откуда

$$F_{\Gamma} = \frac{F_{i+1} D_{i+1} + F \cdot D}{D_{i+1} + D};$$

$$F_{i+1}^* = F + \frac{dF}{dX} H = F + 2 \frac{F_{\Gamma} - F}{H} H = 2F_{\Gamma} - F;$$

$$F_{i+1}^* = \frac{2F_{i+1} D_{i+1} + F(D - D_{i+1})}{D_{i+1} + D}$$

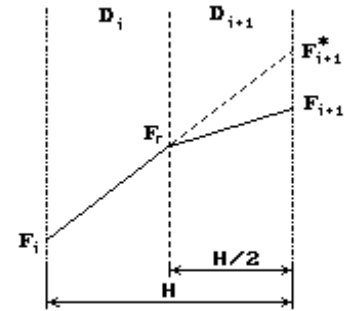


Рис. 3.4

(3.1).

Выражение для "изображений" потоков по оси  $Z$  (вдоль оси каналов) не применяется, т.к. функция коэффициента диффузии вдоль потока теплоносителя является непрерывной и дифференцируемой.

### 3.1.1.2 Усреднение потока нейтронов

В правой части уравнения переноса нейтронов при переходе к разностному выражению следует корректно учесть источник:

$$\Psi = \nu_{f1} \Sigma_{f1} F_1 + \nu_{f2} \Sigma_{f2} F_2$$

и сток нейтронов:

$$S = \Sigma_{yb} F;$$

в действительности в пределах шага разностной сетки справедливы выражения:

$$\bar{\Psi} = \frac{\int \Psi(x) dx}{h}; \quad \bar{S} = \frac{\int S(x) dx}{h}.$$

Вдоль оси канала имеет место монотонное изменение потока нейтронов, поэтому ошибкой, связанной с отличием среднего потока нейтронов от величины потока нейтронов в центре расчетного узла, можно пренебречь.

Межкассетное изменение потока нейтронов монотонной функцией не является, поэтому ошибка может достигать десятков процентов, что существенно влияет на корректность описания полей энерговыделения в активной зоне.

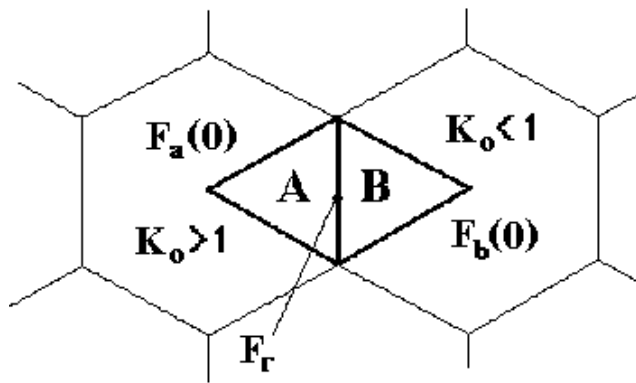


Рис. 3.5

Для определения характера функции, в виде которой следует искать распределение потока нейтронов в пределах ячейки, рассмотрим задачу о двух соседних треугольных областях, принадлежащих соседним кассетам, контактирующих между собой, изолированных в азимутальном направлении и имеющих общий коэффициент размножения, равный единице (рис. 3.5).

Если предположить, что свойства среды в пределах областей однородны, коэффициент диффузии в областях А и В одинаков, то дифференциальные уравнения переноса нейтронов для областей будут иметь вид:

$$\text{Область А, } K_0 > 1: \Delta F + \chi_1^2 F = 0;$$

$$\text{Область В, } K_0 < 1: \Delta F - \chi_2^2 F = 0.$$

Получить точное аналитическое решение данного уравнения не представляется возможным. Однако достаточно хорошее приближение получится, если рассматривать диффузионный оператор  $\Delta$  в виде оператора для цилиндрических координат:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R}.$$

Решение системы уравнений будет в этом случае иметь вид (начало координат при данном приближении для каждой области расположено в вершине треугольника, и ось координат перпендикулярна границе и направлена от вершины к границе):

$$F_a(R) = A_1 J_0(R\chi_1);$$

$$F_b(R) = A_2 I_0(R\chi_2),$$

где

$J_0$  - функция Бесселя действительного аргумента,

$I_0$  - функция Бесселя мнимого аргумента.

Применение функций Бесселя при проведении усреднения потока в расчетной ячейке приведет к резкому снижению быстродействия программы, поэтому воспользуемся первыми двумя членами разложения функций Бесселя в ряд:

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{4}; \quad I_0(x) = 1 + \frac{x^2}{4}.$$

Решим обратную задачу, зная, что  $A_1 = F_a(0)$ ,  $A_2 = F_b(0)$ . Тогда из условия равенства потоков нейтронов на границе областей следует, что:

$$F_a(0) \cdot (1 - \chi_1^2 R^2) = F_b(0) \cdot (1 + \chi_2^2 R^2);$$

из условия сшивки токов:

$$F_a(0) \cdot \chi_1^2 R = F_b(0) \cdot \chi_2^2 R.$$

Откуда

$$\chi_1^2 = \chi_2^2 \frac{F_b(0)}{F_a(0)}; \quad \chi_2^2 R^2 = \frac{F_a(0) - F_b(0)}{2 \cdot F_b(0)};$$

$$F_r = F_b(0) \cdot (1 + \chi_2^2 R^2) = \frac{F_a(0) + F_b(0)}{2} \quad (3.2).$$

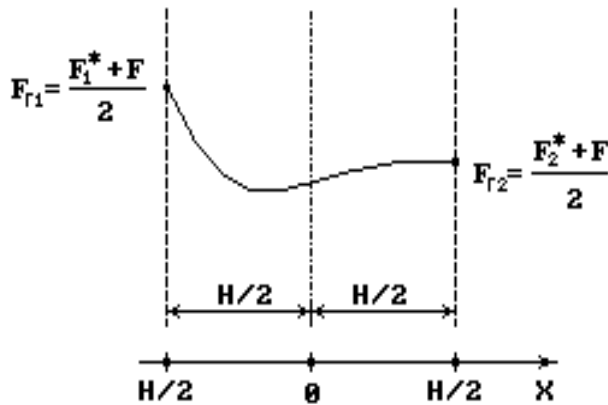


Рис. 3.6

Поскольку разложение функции потока нейтронов на первые два члена ряда является аппроксимацией потока полиномом второго порядка, то, не нарушая точности результатов, можно аппроксимировать поток нейтронов в пределах всей ячейки полиномом второго порядка в соответствии с рис. 3.6.

$$f = ax^2 + bx + c; \quad F(-h/2) = F_{r1}; \quad F(0) = F;$$

$$F(h/2) = F_{r2}.$$

Средний по ячейке поток нейтронов определяется из выражения:

$$\bar{f} = \frac{\int_{-h/2}^{h/2} f(x)|x|dx}{\int_{-h/2}^{h/2} |x|dx}.$$

Проинтегрировав выражение по одному из направлений, получим:

$$\bar{f} = \frac{F_{r1} + F_{r2}}{4} + \frac{F}{2}.$$

При интегрировании азимутальной зависимости потока нейтронов для всех шести секторов ячейки с хорошей степенью точности выполняется условие среднеарифметического усреднения потока нейтронов, полученного для каждой пары противоположных секторов. Окончательное выражение для среднего по ячейке потока нейтронов имеет вид:

$$\bar{F} = \frac{F_1^* + F_2^* + F_3^* + F_4^* + F_5^* + F_6^*}{24} + \frac{3}{4} F \quad (3.3).$$

Если же считать поток линейно меняющимся от кассеты к кассете (т.е. использовать для усреднения потока полином первого порядка), то получится следующее выражение:

$$\bar{F} = \frac{F_1^* + F_2^* + F_3^* + F_4^* + F_5^* + F_6^*}{18} + \frac{2}{3} F \quad (3.4).$$

В разработанной методике реализованы оба приближения и выбор одного из них определяется пользователем.

### 3.1.1.3 Сеточное уравнение

Сеточный шаблон по одной из осей координат имеет вид:

Заменяя оператор  $\nabla(D \nabla(F))$  его разностным аналогом, будем считать, что шаг между центрами кассет -  $H$ , расстояние между узлами по высоте зоны -  $\Delta Z$ .

В дальнейшем, чтобы не загромождать выкладки, при записи разностных схем будем ставить только индексы, отличные от  $i, j, k, l$ , например, вместо записи  $F_{i, j, k+1, l}$  будем записывать  $F_{k+1}$ .

Используя выражение для "изображения" потоков в соседних узлах и заменив производную

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{3F_t - 4F_{t-1} + F_{t-2}}{2\Delta t}$$

получим разностное уравнение для внутреннего узла для быстрой (и аналогично для тепловой) группы:

$$F = \left( \frac{2D}{3} (F_{i+1}^* + F_{i-1}^* + F_{j+1}^* + F_{j-1}^* + F_{k+1}^* + F_{k-1}^*) + (F_{l+1} + F_{l-1}) \right) * \\ * \left( \frac{D}{\Delta Z^2} + \frac{D_{l+1} - D_{l-1}}{4\Delta Z^2} \right) + \frac{4F_{T-1} - F_{T-2}}{2V\Delta t} + \Psi(1-\beta) + \sum_{i=1}^n \lambda_i C_i / \\ \left( \frac{4D}{H^2} + \frac{2D}{\Delta Z^2} + (\Sigma_{зам} + \Sigma_a) * \frac{\bar{F}}{F_{n-1}} + \frac{1}{2V\Delta t} \right); \quad (3.5)$$

где:

$\bar{F}$  - средний поток в кассете;

$F_{n-1}$  - значение нейтронного потока на предыдущем шаге итерации;

$F_m^*$  вычисляется по формуле:

$$F_m^* = \frac{2F_m D_m + F(D - D_m)}{D_m + D}.$$

### 3.1.2 Вывод разностных уравнений для граничных узлов

Уравнение кинетики для неразмножающей среды в двухгрупповом приближении имеет вид:

$$D_1 \frac{\partial^2 F_1}{\partial X^2} - (\Sigma_{зам} + \Sigma_{a2}) F_1 = 0; \\ D_2 \frac{\partial^2 F_2}{\partial X^2} - \Sigma_{a2} F_2 + \Sigma_{зам} F_1 = 0.$$

Пусть:

$$\chi_1^2 = \frac{\Sigma_{a1} + \Sigma_{зам}}{D_1}; \quad \chi_2^2 = \frac{\Sigma_{a2}}{D_2}; \quad \mu = \frac{\Sigma_{зам}}{D_2}.$$

Тогда уравнения примут вид:

$$D_1 \frac{\partial^2 F_1}{\partial X^2} - \chi_1^2 F_1 = 0; \\ D_2 \frac{\partial^2 F_2}{\partial X^2} - \chi_2^2 F_2 = \mu F_1.$$

Решение уравнения для быстрой группы будем искать в виде:

$$F_1 = C_1 \exp(-\chi_1 X) + C_2 \exp(\chi_1 X);$$

При  $X \Rightarrow \infty$ ,  $F_2 = \infty \Rightarrow C_2 = 0$ ,

При  $X = 0$ ,  $F_1 = F_{10} \Rightarrow C_1 = F_{10}$

Тогда искомое граничное условие для быстрой группы примет вид:

$$\frac{\partial F_1}{\partial X} = -\chi_1 F_{10}. \quad (3.6)$$

Решение уравнения для тепловой группы произведем методом вариации постоянной. Решение одномерного уравнения имеет вид:

$$F_2 = C_1(X)\exp(-\chi_2 X) + C_2(X)\exp(\chi_2 X) ;$$

или:

$$\begin{aligned} C_1'(X)\exp(-\chi_2 X) + C_2'(X)\exp(\chi_2 X) &= 0 ; \\ -\chi_2 C_1'(X)\exp(-\chi_2 X) - \chi_2 C_2'(X)\exp(\chi_2 X) &= -\mu F_{10}\exp(\chi_1 X) . \end{aligned}$$

Откуда

$$\begin{aligned} C_1(X) &= \frac{\mu F_{10}\exp((-\chi_1 + \chi_2)X)}{2\chi_2(\chi_2 - \chi_1)} + C_{10} ; \\ C_2(X) &= \frac{\mu F_{10}\exp((-\chi_1 - \chi_2)X)}{2\chi_2(\chi_1 + \chi_2)} + C_{20} . \end{aligned}$$

После подстановки получим:

$$\begin{aligned} F_2 &= \frac{\mu F_{10}\exp(-\chi_1 X)}{2\chi_2(\chi_2 - \chi_1)} + C_{10}\exp(-\chi_2 X) + \\ &+ \frac{\mu F_{10}\exp(-\chi_1 X)}{2\chi_2(\chi_1 + \chi_2)} + C_{20}\exp(\chi_2 X); \end{aligned}$$

при  $X \rightarrow \infty F_2 \rightarrow 0 \Rightarrow C_{20} = 0$ ;

или

$$\begin{aligned} F_2 &= C_{10}\exp(-\chi_2 X) + \frac{\mu F_{10}\exp(-\chi_1 X)}{\chi_2^2 - \chi_1^2} ; \\ C_{10} &= F_{20} - \frac{\mu F_{10}}{\chi_2^2 - \chi_1^2} . \end{aligned}$$

Окончательно

$$F_2 = F_{20}\exp(-\chi_2 X) + \frac{\mu F_{10}}{\chi_2^2 - \chi_1^2} (\exp(-\chi_1 X) - \exp(-\chi_2 X)) .$$

Граничное условие для тепловой группы примет вид:

$$\frac{\partial F_2}{\partial X} = -\chi_2 F_{20} + \frac{\mu F_{10}}{\chi_1 + \chi_2} . \quad (3.7)$$

Где  $F_{10}$  - поток быстрых нейтронов на границе активной зоны,  $F_{20}$  - поток тепловых нейтронов на границе активной зоны.

### 3.1.2.1 Вывод разностного уравнения для торцевого отражателя

Поскольку по высоте активной зоны коэффициент диффузии является величиной непрерывной и дифференцируемой, можем воспользоваться общим выражением для трехточечного шаблона. Вывод разностного уравнения будем производить путем подстановки в исходное дифференциальное уравнение граничного условия непосредственно в лапласиан. Для сокращения объема выкладок приведем только составляющую лапласиана по оси  $Z$ .

$$\begin{aligned} \nabla(D \nabla(F)) \Big|_z &= D \frac{\partial^2 F}{\partial Z^2} + \frac{\partial D}{\partial Z} \frac{\partial F}{\partial Z}; \\ D_1 \frac{\partial F_1}{\partial Z} &= D_{отр1}(-\chi_1 F_{10}); \end{aligned}$$

$$D_2^2 \frac{\partial F_2}{\partial Z} = D_{\text{отр}2} \left( -\chi_1 F_{10} + \frac{\mu F_{10}}{\chi_1 - \chi_2} \right),$$

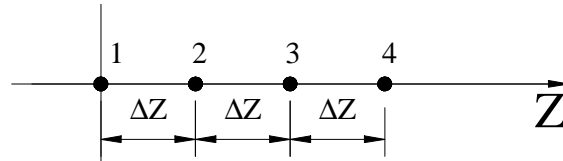
где  $D_{\text{отр}}$  - коэффициент диффузии в отражателе.

Или в обобщенном виде:

$$D \frac{\partial F}{\partial Z} = D_{\text{отр}} (-cF_0 + Sq).$$

Вывод разностного уравнения для граничного условия будем производить для обобщенного случая, поэтому индекс группы нейтронов ставить не будем, а граничное условие запишем в обобщенном виде.

Сеточный шаблон по оси  $Z$  для нижнего торца имеет вид:



$$\frac{\partial D}{\partial Z} = \frac{-3D_1 + 4D_2 - D_3}{2\Delta Z}, \quad \frac{\partial F}{\partial Z} = \frac{-3F_1 + 4F_2 - F_3}{2\Delta Z},$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Z^2} = \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial F}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial Z} \frac{-3F_1 + 4F_2 - F_3}{2\Delta Z} = -\frac{3}{2\Delta Z} \frac{\partial F_1}{\partial Z} + \frac{4(F_3 - F_1)}{4\Delta Z^2} - \frac{F_4 - F_2}{4\Delta Z^2}.$$

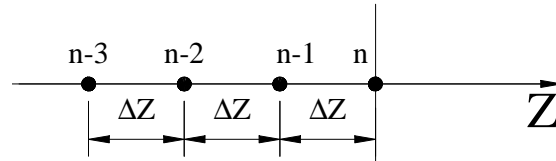
Подставив выражение, полученное для граничного условия, окончательно получим:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Z^2} = \frac{3}{2} \frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_1 + S_q) - \frac{F_1}{\Delta Z^2} + \frac{F_3}{\Delta Z^2} + \frac{F_2}{4\Delta Z^2} - \frac{F_4}{4\Delta Z^2}; \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial D}{\partial Z} \frac{\partial F}{\partial Z} = -\frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_1 + S_q) - \frac{3D_1 + 4D_2 - D_3}{2\Delta Z}. \quad (3.9)$$

Следует заметить, что нормаль к границе активной зоны направлена в противоположную сторону от направления оси координат  $Z$ , поэтому знак в формуле для граничного условия меняется для нижнего отражателя на противоположный  $D \frac{\partial F}{\partial Z} = -D_{\text{отр}} (-cF_0 + Sq)$ . Для верхнего отражателя направление оси координат и направление нормали к границе активной зоны совпадают.

Сеточный шаблон по оси  $Z$  для верхнего торца имеет вид:



Поскольку вывод разностного уравнения для верхнего и нижнего торца аналогичен, запишем разностное уравнение для верхнего торца:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial Z^2} = \frac{3}{2} \frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_n + S_q) - \frac{F_n}{\Delta Z^2} + \frac{F_{n-2}}{\Delta Z^2} + \frac{F_{n-1}}{4\Delta Z^2} - \frac{F_{n-3}}{4\Delta Z^2}; \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial D}{\partial Z} \frac{\partial F}{\partial Z} = \frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_n + S_q) - \frac{3D_n + 4D_{n-1} - D_{n-2}}{2\Delta Z}, \quad (3.11)$$

### 3.1.2.2 Вывод разностного уравнения для бокового отражателя

Методика задания граничного условия по высоте активной зоны не может быть использована для граничного условия по радиусу по следующим причинам:

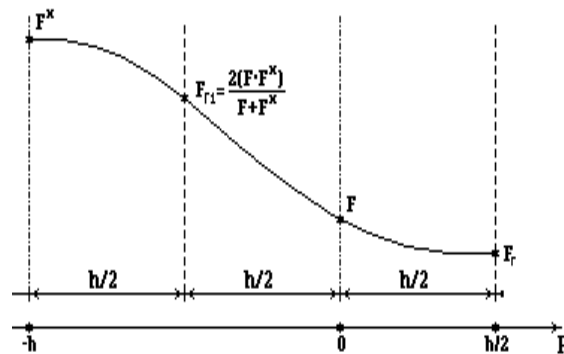
- недифференцируемость и разрывность функции коэффициента диффузии между кассетами;
- немонотонность нейтронного потока по радиусу зоны.

Последнее утверждение следует уточнить. Дело в том, что для крупносеточного подхода член утечки (баклинг) нейтронов примерно на порядок меньше источника и, соответственно, стока нейтронов, а при практически неизменной (либо слабо меняющейся величине) баклинга нейтронов величина источника может изменяться в несколько раз, что связано с неоднородностью загрузки активной зоны по обогащению топлива, а также с различной величиной плотности теплоносителя (например, при запаривании соседней кассеты).

По указанным выше причинам замену дифференциального оператора разностным будем производить по двухточечному шаблону:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial R^2} = \frac{\partial}{\partial R} \frac{F - F^*}{h} = \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial R} + \frac{F^*}{h^2} - \frac{F}{h^2}.$$

Расчетная схема представлена на **рис. 3.7**.



**Рис. 3.7**

Выразим производную по потоку в центре кассеты через граничное условие на границе кассеты:

$$\frac{\partial F_r}{\partial R} = \frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_r + S_q);$$

$$F(R) = aR^2 + bR + c; \quad F(0) = F; \quad F(-h/2) = F_{r1};$$

$$\frac{\partial F(h/2)}{\partial R} = \frac{D_{\text{отр}}}{D} (-\chi F_r + S_q);$$

$$F(h/2) = F_r.$$

Поскольку интересующая нас производная потока определяется следующим выражением:

$$\frac{\partial F(0)}{\partial R} = b;$$

выразим из имеющейся у нас системы уравнений этот коэффициент:

$$b = \frac{\frac{2F}{h} - F_r \left( \chi \frac{D_{\text{отр}}}{D} + \frac{h}{2} \right) + \frac{D_{\text{отр}} S_q}{D}}{3 + 2\chi \frac{D_{\text{отр}}}{D}}.$$

Подставив его в исходное выражение, получим разностное уравнение для граничного условия:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial R^2} = \frac{\partial}{\partial R} \frac{F - F^*}{h} = \frac{F^*}{h^2} \cdot \frac{F}{h^2} + \frac{1}{h} \frac{\frac{2F}{h} - F_r \left( \chi \frac{D_{отр}}{D} + \frac{h}{2} \right) + \frac{D_{отр} S_q}{D}}{3 + 2\chi \frac{D_{отр}}{D}}. \quad (3.12)$$

Данный подход реализован в программном комплексе “РАДУГА/RAINBOW-5”, аттестационный паспорт на программное средство №62 от 17.10.1996 [35].

### 3.2 Методика решения уравнения нейтронной кинетики с семью расчетными узлами в поперечном сечении кассеты

Данный подход позволяет использовать все достоинства метода сеток при решении диффузионного уравнения в поперечном сечении кассеты.

Опыт эксплуатации программы показал, что в аксиальном направлении целесообразно применить для внутренних узлов метод изображения потока (формула 3.1), а для узлов на границе с торцевыми отражателями использовать тот же подход, что и для методики с одним расчетным узлом на кассету (формулы 3.8-3.11).

Поэтому вид разностного оператора в аксиальном направлении для узлов на границе с торцевым отражателем полностью аналогичен (формулы 3.8-3.11), а для внутренних узлов будет иметь следующий вид:

$$\hat{B}_z^2 * F = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = \frac{F_{i+1}^* - 2F_i^* + F_{i-1}^*}{\Delta z^2}. \quad (3.13)$$

Формула для определения изображения потоков полностью аналогична (3.1).

Расчетная схема представлена на рис. 3.8.

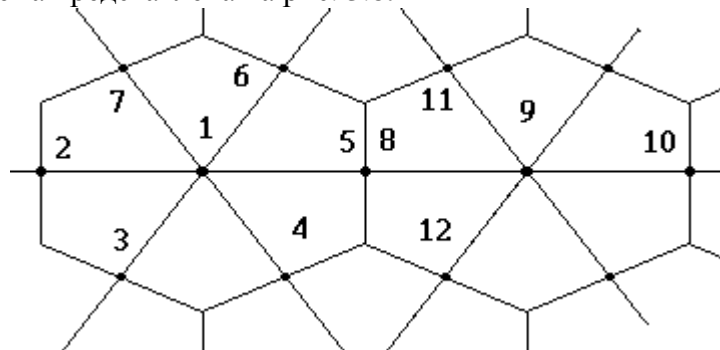


Рис. 3.8

Поскольку в пределах кассеты нейтронно-физические свойства среды однородны (в соответствии со способом подготовки нейтронно-физических сечений), существуют три различных по типу узла разностного уравнения:

- узел в центре кассеты (узел 1). Разностное уравнение в узле 1 аналогично уравнению для одноточечной разностной сетки. В отличие от одноточечной модели в данном приближении уравнение в узле 1 существенно проще, т.к. свойства среды в узлах 1,2,3,4,5,6 и 7 одинаковы;

- узел на границе с отражателем (узлы 2, 3, 7 в нашем примере). Уравнение в данном узле аналогично граничному условию для торцевого отражателя;

- узел на границе между кассетами (узлы 4, 5, 6). Уравнение в данном узле аналогично уравнению для уравнения теплопроводности на границе узлов (2.23).

Для уменьшения громоздкости выкладок обозначим:

- источник нейтронов (как за счет деления, включая запаздывающие нейтроны, так и за счет увода из верхней группы), деленный на коэффициент диффузии как  $\hat{\Psi}$ ;

$$-\frac{1}{DV} \frac{\partial F}{\partial \tau} \text{ как } \hat{V}F;$$

- увод нейтронов, деленный на коэффициент диффузии как  $\hat{\Sigma}$ .

### 3.2.1 Уравнение в центральном узле

Данное уравнение аналогично уравнению для одного узла на кассету:

$$F = \frac{\frac{2}{3}(F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7) + \hat{B}_z^2 * F + \hat{V}F + \hat{\Psi}}{\hat{B}_z^2 + \frac{4}{H^2} + \hat{\Sigma} + \hat{V}} \quad (3.14)$$

где  $\hat{B}_z^2$  - оператор утечки по высоте зоны.

### 3.2.2 Уравнение для узла на границе с радиальным отражателем

Для узлов, расположенных на границе кассеты, применен лапласиан для цилиндрических координат. И хотя в действительности данный оператор лишь приближенно описывает диффузию в реальной гексагональной геометрии, результаты верификации разностного уравнения продемонстрировали обоснованность такого подхода.

Для узлов на границе кассеты (как на границе с радиальным отражателем, так и на границе с другой кассетой) воспользуемся оператором Лапласа для цилиндрических координат:

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2}.$$

Где  $r = \Delta r = H/2$  (половина расстояния между центрами кассет);  
 $\Delta \phi = \pi/3$ .

В отличие от уравнения на границе с торцевым отражателем мы располагаем только тремя расчетными узлами с однородными свойствами, принадлежащими данной кассете. Поэтому полученное разностное уравнение будет несколько отличаться от уравнения для торцевого отражателя. Расчетная схема представлена на **рис. 3.9**.

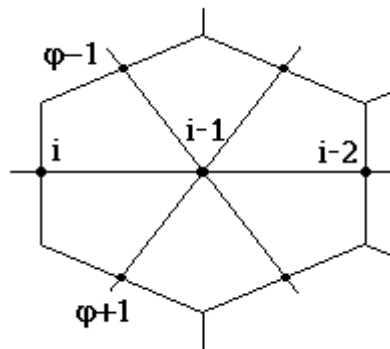


Рис. 3.9

Разностное уравнение для радиальной составляющей оператора Лапласа раскроем аналогично (2.19) но не по четырем, а по трем узлам, заменив производную в узле “i” граничным условием  $D \frac{\partial F}{\partial r} = -\alpha_1 * F_i + \alpha_2$ :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{3F_i - 4F_{i-1} + F_{i-2}}{2\Delta r} \right) + \frac{-\alpha_1 * F_i + \alpha_2}{D}$$

после раскрытия скобок окончательно получим:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{-\alpha_1 * F_i + \alpha_2}{D} \left( \frac{3}{2\Delta r} + \frac{1}{r} \right) - \frac{5F_i}{4r^2} + \frac{F_{i-1}}{r^2} + \frac{F_{i-2}}{4r^2}$$

Полное конечно-разностное выражение для потока в узле “i” имеет вид:

$$F_i = \frac{\overset{\wedge}{V}F + \overset{\wedge}{\Psi} + \overset{\wedge}{B}_z F + \frac{F_{i-1}}{r^2} + \frac{F_{i-2}}{4r^2} + \frac{F_{\varphi+1} + F_{\varphi-1}}{r^2 \Delta \varphi^2} + \frac{\alpha_2}{D} \left( \frac{3}{2\Delta r} + \frac{1}{r} \right)}{\overset{\wedge}{V} + \overset{\wedge}{\Sigma} + \overset{\wedge}{B}_z + \frac{\alpha_1}{D} \left( \frac{3}{2\Delta r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{5}{4r^2} + \frac{2}{r^2 \Delta \varphi^2}} \quad (3.15)$$

### 3.2.3 Уравнение для узла между кассетами

Уравнение для узла на границе между кассетами получается путем сложения уравнений, полученных последовательно в узле справа и слева от границы.

Расчетная схема представлена на рис. 3.10.

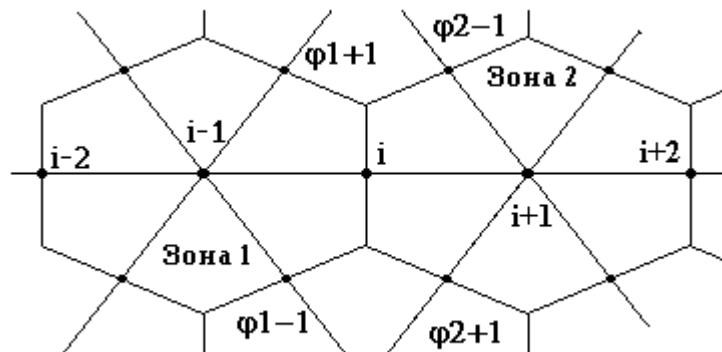


Рис. 3.10

Граничное условие на границе имеет вид:

$$D_1 \frac{\partial F}{\partial r} \text{ слева} = D_2 \frac{\partial F}{\partial r} \text{ справа}$$

Разностное выражение для производной имеет вид:

$$\text{для левой границы} - \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{3F_i - 4F_{i-1} + F_{i-2}}{2\Delta r} *$$

$$\text{и для правой границы} - \frac{\partial F}{\partial r} = \frac{-3F_i + 4F_{i+1} - F_{i+2}}{2\Delta r}$$

Произведя подстановку в разностное уравнение граничных условий сначала для левой, а затем для правой границы и сложив полученные уравнения по аналогии (3.1), получим окончательный вид разностного уравнения для узла на границе между кассетами:

$$\overset{\wedge}{V}_1 F + \overset{\wedge}{V}_2 F + \overset{\wedge}{\Psi}_1 + \overset{\wedge}{\Psi}_2 + \overset{\wedge}{B}_z F + \overset{\wedge}{B}_z F + (\overset{\wedge}{\Sigma}_1 + \overset{\wedge}{\Sigma}_2) F =$$

$$\begin{aligned}
& + \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{D_2}{2\Delta r D_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{2\Delta r} \right) \right) F_{i+2} + \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{2D_2}{\Delta r D_1} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{2\Delta r} \right) \right) F_{i+1} + \\
& + \left( \frac{1}{\Delta r^2} + \frac{2D_1}{\Delta r D_2} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{2\Delta r} \right) \right) F_{i-1} + \left( \frac{1}{\Delta r^2} - \frac{D_1}{2\Delta r D_2} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{2\Delta r} \right) \right) F_{i-2} - \\
& - \left( \frac{3}{2\Delta r} \left( \frac{1}{r} + \frac{3}{2\Delta r} \right) \left( \frac{D_2}{D_1} + \frac{D_1}{D_2} \right) + \frac{5}{2\Delta r^2} + \frac{4}{r^2 \Delta \varphi^2} \right) F_i + \frac{F_{\varphi 1+1} + F_{\varphi 1-1}}{r^2 \Delta \varphi^2} + \\
& + \frac{F_{\varphi 2+1} + F_{\varphi 2-1}}{r^2 \Delta \varphi^2}.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Индексы “1” и “2” относятся к нейтронно-физическим свойствам соответственно для кассет слева и справа от границы.

### 3.3 Запаздывающие нейтроны

Уравнение для запаздывающих нейтронов решается в каждом расчетном узле активной зоны, причем предусмотрен учет запаздывающих нейтронов вплоть до 21 группы.

Уравнение для запаздывающих нейтронов в этом случае примет вид:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = \beta_i \bar{\Psi} - \lambda_i C_i,$$

Заменив производную по времени через разностную формулу по трем точкам (индекс номера группы опустим), получим следующее разностное уравнение:

$$\frac{3C - 4C_{t-1} + C_{t-2}}{2\Delta t} = \beta_i \bar{\Psi} - \lambda_i C_i;$$

окончательно:

$$C = \frac{\frac{4C_{t-1} - C_{t-2}}{2\Delta t} + \beta \bar{\Psi}}{\frac{3}{2\Delta t} + \lambda};$$

где

$\Delta t$  - шаг интегрирования по времени;

$\bar{\Psi}$  - текущий средний по ячейке источник нейтронов.

### 3.4 Учет отравления Xe и Sm

При расчете влияния отравления Xe и Sm моделируются как исходное отсутствие отравления, так и равновесное отравление указанными изотопами (независимо друг от друга). Кроме того, исходная концентрация Sm может использоваться из предыдущего расчета после перегрузки топлива. Это связано с распадом Pm и накоплением Sm после длительной стоянки реактора в облученных топливных кассетах.

Нестационарное уравнение для определения концентрации Xe имеет вид:

$$\frac{\partial C_I}{\partial \tau} = \gamma_I Q - \lambda_I C_I;$$

$$\frac{\partial C_{Xe}}{\partial \tau} = \gamma_{Xe} Q + \lambda_I C_I - \lambda_{Xe} C_{Xe} - \Sigma_{aXe} F.$$

Нестационарное уравнение для концентрации Sm:

$$\frac{\partial C_{Pm}}{\partial \tau} = \gamma_{Pm} Q - \lambda_{Pm} C_{Pm};$$

$$\frac{\partial C_{Sm}}{\partial \tau} = \lambda_{Pm} C_{Pm} - \Sigma_{aSm} F;$$

где

$C$  - концентрация соответствующего нуклида;

$Q = \Sigma_{f1}F_1 + \Sigma_{f2}F_2$  - число делений;

$\gamma$  - выход соответствующего нуклида на акт деления.

В расчетах полагается, что макросечения поглощения в Хе и Sm добавляются к макросечению поглощения в тепловой группе и не влияют на остальные нейтронно-физические сечения. При проведении нестационарного расчета, а также при расчете топливной кампании в п/к “РАДУГА-7” всегда решаются нестационарные уравнения для Хе и Sm.

### 3.5 Уравнение энергосвечения

Уравнение относительного энергосвечения в каждом расчетном узле имеет вид:

$$Q_v = \overline{Q_v} ((1 - \delta)(\Sigma_{f1}F_1 + \Sigma_{f2}F_2) + \sum_{j=1}^n \vartheta_j \mu_j) / (\overline{Q});$$

где

$\overline{Q_v}$  - среднее по зоне объемное энергосвечение;

$\overline{Q} = \frac{\int (\Sigma_{f1}F_1 + \Sigma_{f2}F_2) dv}{\int dv}$  - стационарное среднее по зоне число делений;

$n$  - число групп источников остаточных энергосвечений;

$\delta = \sum_{j=1}^n \delta_j$  - доля остаточных энергосвечений;

$\mu$  - концентрация источников остаточных энергосвечений ;

$\vartheta$  - постоянная распада.

Уравнение для источников остаточных энергосвечений имеет вид:

$$\frac{\partial \mu_i}{\partial \tau} = \delta_i (\Sigma_{f1}F_1 + \Sigma_{f2}F_2) - \vartheta_i \mu_i .$$

Уравнение для концентрации источников остаточных энергосвечений будет иметь вид (индексы групп опущены):

$$\mu = \frac{\frac{4\mu_{t-1} - \mu_{t-2}}{2\Delta t} + \delta (\Sigma_{f1}F_1 + \Sigma_{f2}F_2)}{\frac{3}{2\Delta t} + \vartheta} .$$

### 3.6 Метод нод для решения уравнений нейтронной кинетики

Рассмотрим применения метода нод (нодального метода) для решения уравнений переноса нейтронов на примере программы **БИПР-8** [24]. Программа **БИПР-8** разработана в РНЦ “Курчатовский Институт” и является одной из самых продвинутых в настоящее время крупносеточных программ, использующих нодальный метод решения уравнений диффузии нейтронов.

Представленное ниже описание методики программы **БИПР-8** приведем в соответствии с [24]. При этом практически полностью сохранен оригинальный текст документа. Учитывая, что документ [24] является техническим отчетом, предназначенным для специалистов, а данная книга является учебным пособием для студентов, некоторые термины исходного документа либо поясняются по ходу изложения, либо приводятся в более простой интерпретации. При изложении описания программы **БИПР-8КН** опущены ссылки на литературу из оригинального текста [24].

#### 3.6.1 Стационарное уравнение баланса нейтронов

Уравнение баланса нейтронов может быть представлено в следующем обобщенном виде:

$$\frac{4}{3h_R^2} \sum_{i=1}^6 \frac{D_{i0}D_{0i}}{D_{i0}+D_{0i}} (\Phi_i \beta_{i0} - \Phi_0 \beta_{0i}) + \frac{2}{h_Z^2} \sum_{i=7}^8 \frac{D_{i0}D_{0i}}{D_{i0}+D_{0i}} (\Phi_i \epsilon_{i0} - \Phi_0) - \sum_R \Phi_0 + S_0 = 0, \quad (3.17)$$

где индексы 0 и i относятся соответственно к текущей и соседней ячейкам. Смысл поправок  $\beta$  и  $\epsilon$  приведен ниже.

При соответствующем определении параметров, решение системы таких уравнений относительно  $\Phi$  позволяет получить распределение потока нейтронов в объеме реактора как в однокрупновом, так и в многокрупновом приближении для гомогенных и гетерогенных кассет. Учет тепловой группы осуществляется введением поправок в параметры уравнения (3.17) и не требует решения дополнительной системы конечно-разностных уравнений.

Применительно к решению однокрупновых задач параметры  $D, \beta, \epsilon$  содержат в себе поправки на конечность шага расчетной сетки и на распределение азимутальных гармоник.

#### 3.6.2 Алгоритм расчетного модуля программы **БИПР-8**

Дальнейшее изложение касается реализованного в программе метода решения двухкрупновых задач, причем в связи с отсутствием инструмента для подготовки необходимых функционалов гетерогенных кассет<sup>1</sup>, в настоящее время рассматриваются задачи с гомогенизированными кассетами. Однокрупновой расчет обеспечивается заданием соответствующего набора нейтронно-физических сечений (констант) таким образом, чтобы второе уравнение системы (3.18) не давало вклада в баланс нейтронов.

Для двухкрупновых диффузионных уравнений вида:

$$\begin{aligned} \nabla D_1 \nabla \Phi_1 - \sum_1^a \Phi_1 - \sum_1^{\text{зам}} \Phi_1 + \frac{1}{K_{\text{эфф}}} (v \sum_1^f \Phi_1 + v \sum_2^f \Phi_2) &= 0 \\ \nabla D_2 \nabla \Phi_2 - \sum_2^a \Phi_1 + \sum_1^{\text{зам}} \Phi_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

<sup>1</sup> В связи с развитием современной вычислительной техники, проще решить мелкосеточную трехмерную задачу, чем подготовить эти функционалы. *Прим. автора.*

введем понятие асимптотической и переходной моды решения и произведем замену переменных:

$$\Phi_1 = \mathbf{X} + t\mathbf{Y}; \Delta\mathbf{X} + \varepsilon^2\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (3.19)$$

$$\Phi_1 = r\mathbf{X} + \mathbf{Y}; \Delta\mathbf{Y} + v^2\mathbf{Y} = \mathbf{0},$$

где

$$r = \frac{\sum_1^{yb}}{\sum_2^a (1 + \varepsilon^2 L^2)}, \quad (3.20)$$

$$t = \frac{\sum_2^a (1 - v^2 L^2)}{\sum_1^{yb}}, \quad (3.21)$$

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{K_{\text{эфф}}} (v \sum_1^f + v \sum_2^f r) - (\sum_1^a + \sum_2^a r) = \varepsilon_r^2 + B_z^2, \quad (3.22)$$

$$v^2 = \frac{1}{L^2} + \frac{1}{D_1} \left( \sum_1^a + \sum_1^{yb} - \frac{1}{K_{\text{эфф}}} v \sum_1^f \right), \quad L^2 = \frac{D_2}{K_{\text{эфф}} \sum_2^a}, \quad (3.23)$$

$\varepsilon^2$  – материальный параметр,  $\varepsilon_r^2$  и  $B_z^2$  – кривизна поля в радиальном и аксиальном направлениях.

Из (3.20) и (3.22) для размножающей среды:

$$r = - \frac{D_2 \left( \frac{v \sum_2^f}{K_{\text{эфф}}} - \sum_1^a - \sum_1^{yb} \right) + D_2 \sum_2^a}{2 D_2 \frac{v \sum_2^f}{K_{\text{эфф}}}} + \left( \left( \frac{D_2 \left( \frac{v \sum_2^f}{K_{\text{эфф}}} - \sum_1^a - \sum_1^{yb} \right) + D_2 \sum_2^a}{2 D_2 \frac{v \sum_2^f}{K_{\text{эфф}}}} \right)^2 + \frac{D_1 \sum_1^{yb}}{D_2 v \sum_2^f K_{\text{эфф}}} \right)^{0.5}. \quad (3.24)$$

Знак «+» в выражении для решения квадратного уравнения (3.24) оставлен из соображения неотрицательности потоков и, следовательно,  $r$ .

Для неразмножающей среды:

$$r = \frac{D_1 \sum_1^{yb}}{D_1 \sum_2^a - D_2 (\sum_1^a + \sum_1^{yb})} \quad (3.25)$$

и

$$\varepsilon_r^2 = \frac{\sum_2^a - r \sum_2^a}{r D_2} - B_z^2. \quad (3.26)$$

В предположении углового разделения пространственных переменных вида  $\mathbf{X}(\mathbf{r}, \varphi, z) = \mathbf{X}_r(\mathbf{r}, \varphi) \cdot \mathbf{X}_z(z)$  и при условии  $\varepsilon h \ll 1$  и  $v h \gg 1$  в гомогенных шестигранных ячейках с шагом  $h$  асимптотическая мода решения  $\mathbf{X}_r(\mathbf{r}, \varphi)$  представляется разложением в ряд по пробным

функциям (в гомогенном случае – цилиндрическим) с сохранением четырех членов разложения:

$$\mathbf{X}_r(\mathbf{r}, \varphi) = \sum_{k=0}^4 \alpha_k \mathbf{f}_k(\mathbf{r}, \varphi) \sum_{k=0}^4 \alpha_k \mathbf{Z}_k(\alpha_r \mathbf{r}) \cos(k(\varphi - \delta_k)) \quad (3.27)$$

а быстро затухающая переходная мода решения  $\mathbf{Y}$  в виде:

$$\mathbf{Y}_r = \mathbf{Y}^v e^{-v\left(\frac{\mathbf{h}}{2} - \mathbf{r}\right)}, \quad (3.28)$$

где  $\mathbf{Y}^v$  - значение функции  $\mathbf{Y}$  на границе раздела двух сред.

В аксиальном направлении асимптотическое решение  $\mathbf{X}_z(\mathbf{z})$  представляется в виде:

$$\mathbf{X}_z(\mathbf{z}) = \mathbf{b} \sin(\mathbf{B}_z \mathbf{z}) + \mathbf{c} \cos(\mathbf{B}_z \mathbf{z}), \quad (3.29)$$

переходное решение в аксиальном направлении -  $\mathbf{Y}_z = \mathbf{Y}^v e^{-v\left(\frac{\mathbf{h}_z}{2} - \mathbf{z}\right)}$ .

Сшивка средних по поверхностям значений потоков и токов нейтронов на боковых и торцевых поверхностях граничащих друг с другом шестигранных призм с шагом шестигранников  $\mathbf{h}_r$  и высотой  $\mathbf{h}_z$ , полученная на основе (3.27)-(3.29), приводит к уравнению баланса (3.17), записанному относительно среднего по призме потока быстрых нейтронов.

В уравнении баланса (3.17)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{i0} &= \mathbf{D}_0 \cdot \mathbf{C}_{Pi}; & \mathbf{C}_{Pi} &= \frac{\mathbf{h}_r}{2} \frac{\nabla f_i}{f_i}; \\ \mathbf{D}_{z0} &= \mathbf{D}_0^z \cdot \mathbf{C}_{Pi}^z; & \mathbf{C}_{Pi}^z &= \frac{\mathbf{h}_z}{2} \frac{\nabla f_i^z}{f_i^z}; \\ \mathbf{\epsilon}_{iz0} &= \frac{f_s}{f_s} - \frac{\mathbf{h}_z}{2} \frac{f_s}{f_s} \frac{1}{\mathbf{C}_{Pi}^z}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Индекс «S» означает симметричную пробную функцию, индекс “i” – пробную функцию сквозного тока через ячейку, индекс “γ” – значение функции на границе.

$$\beta_{0i} = \left( \mathbf{\epsilon}_0 - \alpha_{0i} + \mathbf{Y}_{0i} \frac{1 - v_0 \frac{\mathbf{r}_0}{2 \mathbf{C}_{Pi}}}{\mathbf{X}_0} \right) \frac{\mathbf{X}_0}{\Phi_0}, \quad (3.31)$$

где

$$\mathbf{\epsilon}_0 = \frac{f_s}{f_s} - \frac{\mathbf{h}_z}{2} \frac{f_s}{f_s} \frac{1}{\mathbf{C}_{Pi}}, \quad (3.32)$$

$$\alpha_{0i} = \frac{1}{6X_0} \left( X_i^\gamma (2d_{p2} - d_{p3}) - (X_0^\gamma,_{i+1} + X_0^\gamma,_{i+5})(d_{p2} + d_{p3}) + (X_0^\gamma,_{i+2} + X_0^\gamma,_{i+4})(d_{p3} - d_{p2}) + X_0^\gamma,_{i+3}(2d_{p2} - d_{p3}) \right), \quad (3.33)$$

где  $d_{pk} = \frac{C_{Pk}}{C_{Pi}} - 1$  ( $k$  – номер гармоники (3.27),  $C_{Pk} = \frac{h_r}{2} \frac{\nabla f_k}{f_k}$ ),

$$\Phi_{0i}^\gamma = \frac{D_{i0} \Phi_0 \beta_{i1} + D_{1i} \Phi_i \beta_{i0}}{D_{i0} + D_{1i}} - \text{средний поток нейтронов быстрой группы на границе ячеек } 0 \text{ и } i, \quad (3.34)$$

$$Y_{0i}^\gamma = \frac{D_{T0} r_0 \Phi_0 \beta_{0i} + D_{Ti} r_i \Phi_i \beta_{i0}}{\left(\frac{1}{t_0} - r_0\right) \left(D_{T0} v_0 \frac{h}{2C_p} + D_{Ti} v_i \frac{h}{2C_{pi}}\right)} + \frac{\Phi_{0i}^\gamma \left( (r_0 - r_i) \left(1 - v_i \frac{h}{2C_{pi}}\right) D_{Ti} - r_0 (D_{T0} - D_{Ti}) \right)}{\left(\frac{1}{t_0} - r_0\right) \left(D_{T0} v_0 \frac{h}{2C_p} + D_{Ti} v_i \frac{h}{2C_{pi}}\right)} - \text{значение}$$

переходной моды решения на границе ячеек, (3.35)

$X_{0i}^\gamma = \Phi_{0i}^\gamma - Y_{0i}^\gamma$  – значение асимптотической моды решения на границе ячеек,  
 $D_t = D_2 C_{Pi}$ ,  $D_2$  – коэффициент диффузии в тепловой области энергии нейтронов.

Соответствующее выражение для тока приобретает вид:

$$J_{0i}^\gamma = \frac{2}{h_r} \frac{D_{i0} D_{0i}}{D_{i0} + D_{0i}} (\Phi_i \beta_{i0} - \Phi_0 \beta_{0i}), \quad (3.36)$$

а среднее по кассете значение переходной функции

$$Y = \frac{2}{3h_r} \sum_{i=1}^6 \frac{Y_{0i}^\gamma}{v_0} + \frac{1}{h_z} \sum_{i=7}^8 \frac{Y_{0i}^\gamma}{v_0}. \quad (3.37)$$

При решении задачи используется трехциклическая итерационная процедура. Сходимость такого итерационного процесса, как и для любой нелинейной задачи, не доказана и подтверждается лишь практическим опытом.

Во внутреннем цикле итераций ищется решение системы уравнений типа (3.17) на определение собственного вектора  $\Phi$  при зафиксированных значениях параметров и источника.

В первом внешнем цикле итераций производится пересчет источника и эффективного коэффициента размножения (из условия сохранения нормировки источника)

$$S = \frac{1}{k_{эфф}} v \sum_f^* \Phi_1.$$

Во втором внешнем цикле итераций переопределяются параметры теплоносителя и температуры топлива, производится интерполяция сечений, пересчитываются параметры (3.21– 3.26), (3.30 – 3.35) и (3.37), вычисляются средние для каждой кассеты групповые потоки  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ ,

$$v \sum_f^* = \frac{v \sum_{f1} \Phi_1 + v \sum_{f2} \Phi_2}{\Phi_1} \text{ и}$$

$$\mathbf{B}_z = \frac{2}{z} \sum_{i=7}^8 \frac{\mathbf{D}_{i0} \mathbf{D}_{zi}}{\mathbf{D}_{i0} + \mathbf{D}_{zi}} \frac{\Phi_i \mathbf{E}_{zi} - \Phi_0 \mathbf{E}_{z0}}{\mathbf{D}_{z0}} \Phi_0.$$

Каждый из циклов завершается при достижении заданной точности: во внутреннем цикле по значению  $\Phi$ , в первом внешнем – по значению  $S$  и  $K_{\text{эфф}}$ , во втором внешнем – по значению  $\beta$ .

### 3.6.3 Шесть азимутальных гармоник

Первая версия программы БИПР-8 была основана на аппроксимации радиального нейтронного потока в ноде суперпозицией одной симметричной и трех антисимметричных пробных функций. Весовые факторы пробных функций определялись из условий непрерывности тока и потока на общих границах соседних узлов.

Численная проверка алгоритма продемонстрировала высокую точность метода, но при этом наблюдалась некоторая систематическая макродеформация распределения энерговыделения. Анализ результатов проверки позволил прийти к заключению о необходимости увеличения числа азимутальных антисимметричных пробных функций до 6 для дальнейшего повышения точности. Формулы этой аппроксимации приведены ниже.

#### 3.6.3.1 Гармоники и пробные функции

Для упрощенной интерполяции рассмотрим одногрупповую двумерную задачу. Расчеты в двух группах и учет третьего измерения не имеют особенностей по сравнению с более ранней версией программы.

Предположим, что распределение нейтронного потока в гексагональном ноде может быть представлено как

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{m=0}^6 \mathbf{A}_m \mathbf{Z}_m(\mathbf{r}) \cos(m(\phi - \delta_m)),$$

где  $\mathbf{Z}_m$  – набор пробных функций, которые удовлетворяют диффузионному уравнению (в случае гомогенных узлов эти пробные функции есть функции Бесселя),  $\delta_m$  – сдвиг фазы,  $\mathbf{A}_m$  – весовые факторы.

Разделим каждую границу нода на две части и определим нечетную ( $q = -1$ ) и четную ( $q = 1$ ) части границы. Для половины границы  $i$  нужно выразить среднее значение нейтронного потока и нормального градиента (знак градиента определяется из условия, что входящий ток должен быть положительным) в следующей форме:

$$\Phi_i = \frac{6}{\pi} \sum_{m=0}^6 \mathbf{A}_m \int_0^{\eta} \mathbf{Z}_m(r(\xi)) \cos\left(m\left(\omega_{mi} + q\left(\xi - \frac{\pi}{12}\right)\right)\right) d\xi, \quad (3.38)$$

$$\nabla_n \Phi_i = -\frac{6}{\pi} \sum_{m=0}^6 \mathbf{A}_m \int_0^{\eta} \nabla_n \left( \mathbf{Z}_m(r(\xi)) \cos\left(m\left(\omega_{mi} + q\left(\xi - \frac{\pi}{12}\right)\right)\right) \right) d\xi, \quad (3.39)$$

где  $\eta = \frac{\pi}{6}$ ,  $r(\xi) = \frac{\mathbf{h}}{2\cos(\xi)}$ ,  $\mathbf{h}$  – шаг гексагональной сетки,  $\omega_{mi} = (i-1)\frac{\pi}{6} - \delta_m$ ,  $1 \leq i \leq 12$ .

Преобразовав (3.38) и (3.39) получим:

$$\Phi_i = \sum_{m=0}^6 (\mathbf{A}_m \cos(m \omega_{mi}) \mathbf{V}_{Cm} - q \mathbf{A}_m \sin(m \omega_{mi}) \mathbf{V}_{Sm}), \quad (3.40)$$

$$\nabla_n \Phi_i = \sum_{m=0}^6 (\mathbf{A}_m \cos(m \omega_{mi}) \mathbf{W}_{Cm} - q \mathbf{A}_m \sin(m \omega_{mi}) \mathbf{W}_{Sm}), \quad (3.41)$$

где

$$V_{Cm} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\eta} Z_m(r(\epsilon)) \cos\left(m\left(\epsilon - \frac{\pi}{12}\right)\right) d\epsilon, \quad (3.42)$$

$$V_{Sm} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\eta} Z_m(r(\epsilon)) \sin\left(m\left(\epsilon - \frac{\pi}{12}\right)\right) d\epsilon, \quad (3.43)$$

$$W_{Cm} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\eta} \nabla_n Z_m(r(\epsilon)) \cos\left(m\left(\epsilon - \frac{\pi}{12}\right)\right) d\epsilon, \quad (3.44)$$

$$W_{Sm} = \frac{6}{\pi} \int_0^{\eta} \nabla_n Z_m(r(\epsilon)) \sin\left(m\left(\epsilon - \frac{\pi}{12}\right)\right) d\epsilon. \quad (3.45)$$

Принимая во внимание условия симметричности, средний нейтронный поток в ноде площадью  $S$ , можно записать как

$$\hat{\Phi} = \frac{1}{S} \int_s \Phi(r, \epsilon) dr d\epsilon \approx \frac{1}{S} \int_s Z_0(r) dr d\epsilon = A_0 P. \quad (3.46)$$

Знак « $\approx$ » в уравнении (3.46) объясняется тем фактом, что гексагональная форма ноды при некоторых значениях сдвига фаз шестой гармоники ( $m=6$ ) может дать ненулевой вклад в значение среднего потока в ноде.

$$E = \frac{V_{C0}}{P}; C_m = \frac{h}{2} \frac{W_{Cm}}{V_{Cm}}; F_m = \frac{V_{Sm}}{C_m}; S_m = \frac{h}{2} \frac{W_{Sm}}{V_{Sm}}, \quad (3.47)$$

которые согласно (3.42)-(3.46) есть функции только свойств и размера ноды.

Выражения (3.40) (3.41) и (3.46) дают связь между средним потоком в ноде, граничными потоками и градиентами, которая может быть выражена через функционалы пробных функций. Эта связь обеспечивает возможность перехода к системе нодальных уравнений нейтронного баланса из условий непрерывности средних потока и тока на каждой половине грани при сохранении аппроксимации для внутренней формы потока нейтронов в ноде.

### 3.6.3.2 Уравнение нейтронного баланса

Для половины грани  $i$  ноды  $k$  запишем выражение

$$G_{ki} = \overline{\Phi_{ki}} + \frac{h}{2} \overline{\nabla_n \Phi_{ki}}, \quad (3.48)$$

где  $\overline{\Phi_{ki}}$  и  $\overline{\nabla_n \Phi_{ki}}$  – средние на половине грани поток и градиент потока соответственно. С учетом (3.40) (3.41) и (3.47) можно преобразовать (3.48) как

$$G_{ki} = \sum_{m=0}^6 A_m V_{Cm} (\cos(m \omega_{mi})(1-C_m) - q \sin(m \omega_{mi})(F_m - S_m)) \quad (3.49)$$

и затем согласно (3.46) можно записать следующее выражение:

$$G_{ki} = \overline{\Phi_k} \beta_{ki} \quad (3.50)$$

где

$$\beta_{ki} = E(1-C_0) + \sum_{m=0}^6 \frac{A_m V_{Cm}}{\hat{\Phi}_k} (\cos(m \omega_{mi})(1-C_m) - q \sin(m \omega_{mi})(F_m - S_m)). \quad (3.51)$$

Необходимо упомянуть, что параметр  $\beta_{ki}$  есть функция рассчитываемых свойств (3.47) нода и распределения гармоник в нем.

Используя аналогичное выражение (3.48) выражение для нода 1, граничащего с нодом  $k$  на половине грани  $i$ , и используя свойство непрерывности  $\hat{\Phi}_{ki} = \hat{\Phi}_{li}$ ,  $\hat{J}_{ki} = \hat{J}_{li}$ , можно записать для тока и потока

$$\hat{\Phi}_{ki} = \frac{D_k \hat{\Phi}_k \beta_{ki} + D_l \hat{\Phi}_l \beta_{li}}{D_k + D_l}, \quad (3.52)$$

$$\hat{J}_{ki} = -D_k \nabla_n \hat{\Phi}_{ki} = \frac{2}{h} \frac{D_k D_l}{D_k + D_l} (\hat{\Phi}_l \beta_{li} - \hat{\Phi}_k \beta_{ki}), \quad (3.53)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии. На основе (3.53) одногрупповое уравнение нейтронного баланса можно написать как

$$-\frac{4}{3h^2} \sum_{l=1}^6 \frac{D_k D_l}{D_k + D_l} (\hat{\Phi}_l \beta_{lk} - \hat{\Phi}_k \beta_{kl}) + \sum_{ak} \hat{\Phi}_k = \frac{v \Sigma_{fk}}{k_{эфф}} \hat{\Phi}_k, \quad (3.54)$$

где суммирование производится по граням нода  $k$  граничащего с нодами 1, и  $\beta_{ki} = \frac{\beta_{ki-} + \beta_{ki+}}{2}$  – есть полусумма параметров (3.51) для нечетной ( $ki-$ ) и четной ( $ki+$ ) половин грани  $i$  нода  $k$ , соответственно  $\beta_{lk} = \frac{\beta_{li-} + \beta_{li+}}{2}$ .

Уравнение (3.54) отличается от уравнений конечных разностей существованием параметров  $\beta$ , которые должны пересчитываться в процессе итераций.

Если грань  $i$  нода  $k$  есть внешняя граница активной зоны и используются граничные условия логарифмического типа  $\lambda_{ki}$ , тогда вместо (3.53) соответствующий член суммы в уравнении баланса (3.54) может быть записан как

$$\hat{J}_{ki} = -D_k \nabla_n \hat{\Phi}_{ki} = -\frac{2}{h} \frac{D_k \gamma_{ki}}{D_k + \gamma_{ki}} \hat{\Phi}_k \beta_{ki}, \quad (3.55)$$

где  $\gamma_{ki} = \frac{h}{2} D_k \lambda_{ki}$  и взамен (3.52) для граничного потока

$$\hat{\Phi}_{ki} = \frac{D_k \hat{\Phi}_k \beta_{ki}}{D_k + \gamma_{ki}}. \quad (3.56)$$

### 3.6.3.3 Алгоритм решения

Система уравнений (3.54) решается традиционной трехциклической итерационной процедурой для вектора потока во внутренних итерациях и для источника деления во внешних итерациях с периодическим пересчетом параметров  $\beta$ .

Пересчет параметров  $\beta$  состоит в пересчете среднего потока  $\hat{\Phi}_{ki}$  на половинах граней (уравнения (3.52) или (3.56)) с дальнейшим решением для каждого нода следующей системы уравнений ( $i = 1 \dots 12$ ):

$$\sum_{m=0}^6 \left\{ A_m V_{Cm} \left( \cos(m \delta_m) \left( \cos\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) - q \sin\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) F_m \right) \right) + \right. \\ \left. + A_m V_{Cm} \left( \sin(m \delta_m) \left( \sin\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) + q \cos\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) F_m \right) \right) \right\} = \overline{\Phi_{ki}}$$

относительно величин  $X_{Cm} = A_m V_{Cm} \cos(m \delta_m)$  и  $X_{Sm} = A_m V_{Sm} \cos(m \delta_m)$ .

Для шестой гармоники предполагается  $\cos(6\delta_6) = 1$  и  $\sin(6\delta_6) = 0$ . Тогда

$$\beta_{ki} = E(1-C_0) + \frac{1}{\Phi_k} \sum_{m=1}^6 \left\{ X_{Cm} \left( \cos\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) (1-C_m) - q \sin\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) (F_m - S_m) \right) + \right. \\ \left. + X_{Cm} \left( \sin\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) (1-C_m) + q \cos\left(m(i-1) \frac{\pi}{6}\right) (F_m - S_m) \right) \right\}$$

### 3.6.4 Использование граничных условий

В алгоритме программы БИПР-8 заложена возможность проведения расчетов реактора с явным учетом отражателя, и при необходимости, поглощающих стержней. В этом случае на достаточном удалении от активной зоны реактора могут быть поставлены любые граничные условия, а для поглощающих стержней и гексагональных призм, выделенных в отражателе и по размерам соответствующим топливным нодам, должны быть подготовлены соответствующие функционалы.

Однако при сложной (например, пластинчатой) структуре отражателя подготовка соответствующих функционалов может быть осложнена из-за отсутствия азимутальной симметрии свойств выделяемых в отражателе призм. Поэтому, наряду с явным учетом отражателя, в программе БИПР-8 могут быть использованы граничные условия на краю активной зоны (или на поглощающих стержнях), задаваемые извне в виде логарифмических производных по быстрому и тепловому потокам нейтронов. В этом случае соответствующие члены в уравнении баланса (3.17) для токов через грани, примыкающие к отражателю, вместо (3.36) имеют вид:

$$J_{oi}^{\gamma} = - \frac{2}{h} \frac{D_{10} G}{D_{10} + G} \overline{\Phi_0} \beta_{oi} ; \quad (3.57)$$

где  $G = \frac{2}{h} D_0 \delta_1$ ;  $\delta_1 = - \frac{\nabla f_1}{f_1}$  – логарифмическая производная потока нейтронов в первой энергетической группе на внешней грани.

Соответствующее выражение для граничного потока:

$$\overline{\Phi_{oi}^{\gamma}} = \frac{D_{10} \Phi_0 \beta_{oi}}{D_{10} + G} \quad (3.58)$$

и для амплитуды переходного решения на грани:

$$Y_{oi}^{\gamma} = \frac{(\delta_1 - \delta_2) \overline{\Phi_{oi}^{\gamma}}}{\left( \frac{1}{r_0 t_0} - 1 \right) (\delta_2 - \nu_0)} . \quad (3.59)$$

Аналогичные выражения справедливы для торцевых отражателей.

### 3.6.5 Уравнения нейтронной кинетики

Алгоритм расчета кинетики нейтронов программы БИПР-8КН (КН – приставка для нестационарной версии программы БИПР-8) основан на вышеизложенном уравнении баланса нейтронов, дополненного соответствующими членами, учитывающими производную источника деления и потока нейтронов по времени, а также уравнениями расчета концентраций осколков-предшественников запаздывающих нейтронов. Используются следующие предположения:

- пространственная часть задачи для потоков нейтронов решается в двухгрупповом нодальном приближении с представлением асимптотической моды решения внутри нодов в виде комбинации семи пробных функций;
- переходная мода решения ищется в виде комбинации двенадцати пробных функций;
- пространственная форма источников запаздывающих нейтронов внутри расчетного нода принимается совпадающей с формой источника мгновенных

нейтронов, т.е. для всех групп запаздывающих нейтронов  $C_i(\mathbf{r}) = C_i \frac{\vec{S}(\mathbf{r})}{S}$ ;

- учитываются шесть групп запаздывающих нейтронов.

Исходная форма нестационарного двухгруппового диффузионного уравнения имеет вид:

$$-D_b \Delta F_b + (\Sigma_b + \Sigma_r) F_b = (1-\beta)S + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i - \frac{1}{V_b} \frac{dF_b}{dt}; \quad (3.60)$$

$$-D_t \Delta F_t + \Sigma_t F_t = \Sigma_r F_b - \frac{1}{V_t} \frac{dF_t}{dt};$$

где

- индексы b и t означают надтепловую и тепловую группы соответственно;
- $\beta$  - эффективная доля запаздывающих нейтронов;
- $\lambda$  и  $C$  – постоянная распада и концентрация источников запаздывающих нейтронов;
- $V$  – средняя скорость нейтронов соответствующей группы.

Концентрация источников запаздывающих нейтронов определяется выражением:

$$\frac{dC_i}{dt} = \beta_i S(t) - \lambda_i C_i(t), \quad (3.61)$$

где  $S = \frac{1}{K_{eff}} \left( \nu \Sigma_b^f F_b + \nu \Sigma_t^f F_t \right)$  – полный источник нейтронов деления.

Собственное значение задачи  $K_{eff}$  сохранено в выражении для источника потому, что в практических расчетах его величина может оказаться отличной от 1 после расчета стационарного состояния.

Представим изменение потока нейтронов в интервале времени  $(t, t+\delta t)$  экспоненциальной функцией в виде:

$$F_b(t + \delta t) = F_b(t) e^{\alpha_b \delta t} \quad ; \quad F_t(t + \delta t) = F_t(t) e^{\alpha_t \delta t}; \quad (3.62)$$

$$\frac{dF_b}{d(\delta t)} = \alpha_b F_b(t) e^{\alpha_b \delta t} \quad ; \quad \frac{dF_t}{d(\delta t)} = \alpha_t F_t(t) e^{\alpha_t \delta t}; \quad (3.63)$$

где  $\alpha$  является функцией номера нода.

Подставляя (3.63) в (3.59) и выбирая  $\delta t$  таким, чтобы  $\alpha$  можно было считать постоянным на интервале времени  $(t, t+\delta t)$  можно записать:

$$\begin{aligned} -D_b \Delta F_b(t + \delta t) + \left( \Sigma_b + \Sigma_r + \frac{\alpha_b}{V_b} - G \right) F_b(t + \delta t) &= (1-\beta)S(t + \delta t) ; \\ -D_t \Delta F_t(t + \delta t) + \left( \Sigma_t F_t + \frac{\alpha_t}{V_t} \right) F_t(t + \delta t) &= \Sigma_r F_b(t + \delta t) . \end{aligned} \quad (3.64)$$

Таким образом решением нестационарной пространственной задачи является решение для  $\alpha$ ,  $F(t + \delta t)$  и  $\Delta F(t + \delta t)$  при фиксированном значении остальных коэффициентов уравнений и известном  $F(t)$ .

При этом в выражении (3.64)

$$G = \frac{1}{F_b} \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i , \quad (3.65)$$

$$C(t + \delta t) = C(t) e^{-\lambda_i \delta t} + \frac{\beta_i S(t + \delta t)}{\alpha_s + \lambda_i} (1 - e^{-(\alpha_s + \lambda_i) \delta t}) \quad (3.66)$$

где  $\alpha_s$  удовлетворяет уравнению

$$S(t + \delta t) = S(t) e^{\alpha_s \delta t} = \frac{1}{K_{\text{eff}}} \left( v \sum_b^f F_b(t + \delta t) + v \sum_t^f F_t(t + \delta t) \right).$$

Уравнения (3.62) - (3.66) описывают задачу пространственно-временной кинетики нейтронов. При этом система уравнений (3.64), описывающая пространственную составляющую общей задачи пространственной кинетики нейтронов, сходна с системой (3.18) алгоритма БИПР-8 (с точностью до определения коэффициентов и источника). Следовательно, для нестационарной задачи справедливо то же уравнение баланса (3.17) с соответствующим переопределением коэффициентов. Основное отличие при решении стационарной и нестационарной задачи состоит в том, что в цикле внешних итераций следует переопределять не параметр  $K_{\text{eff}}$ , а векторы  $\alpha_b$ ,  $\alpha_t$  и  $\alpha_s$ .

Программа БИПР-8КН, описание получения конечно-разностного уравнения для которой приведено выше, является, пожалуй, одной из самых сложных инженерных программ нейтронно-физического расчета.

Какие же достоинства и недостатки приведенного выше нодального метода, реализованного в программе БИПР-8КН?

Основным достоинством программы БИПР-8КН является очень высокая точность решения *исходной системы дифференциальных уравнений нейтронной кинетики*. Программа обеспечивает получение расчетных результатов, практически совпадающих с аналитическим решением *исходной системы уравнений*, при условии, что решаемая задача удовлетворяет условию, что  $\alpha h \ll 1$  и  $v h \gg 1$ . В этом смысле, программа может быть использована для получения "точных" аналитических тестов для проверки других инженерных программ данного класса.

Тем не менее, следует всегда помнить, что решение получено для гомогенизированных топливных сборок и верно настолько, насколько верна сама гомогенизированная модель ТВС.

Кроме того, не следует забывать, что погрешность самого двухгруппового диффузионного подхода достаточно велика.

Одним из недостатков программы является потеря устойчивости решения при нарушении ограничения  $\alpha h \ll 1$  и  $v h \gg 1$ . (Расчет маленьких активных зон, содержащих в качестве ТВС один или несколько твэлов типа ВВЭР по данной программе невозможен).

## 4 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОГИДРОДИНАМИКИ

В зависимости от характера решаемых задач выбираются и физические модели, применяемые при моделировании теплогидравлических процессов.

В самом общем случае физическая модель гидродинамических процессов описывается системой трехмерных дифференциальных уравнений движения и теплопереноса для двухфазной многокомпонентной среды. Однако на практике решение систем дифференциальных уравнений теплогидродинамики в общем виде, по крайней мере при существующем уровне развития вычислительной техники, является нецелесообразным, так как решение данных систем уравнений численными методами требует гигантских, по нынешним меркам, вычислительных ресурсов ЭВМ.

В зависимости от задач, решаемых в каждом конкретном случае, производится упрощение физической модели гидродинамических процессов в оборудовании.

Теплогидравлические процессы в первом контуре реакторных установок с реакторами типа ВВЭР могут быть разделены на две принципиально различные категории:

- процессы при плотном первом контуре;
- процессы в аварийных ситуациях с нарушением герметичности первого контура реакторной установки.

В первом случае процессы в реакторной установке типа ВВЭР характеризуются следующими особенностями:

- отсутствие развитого кипения и, как следствие, двухфазного течения теплоносителя (за исключением наиболее напряженных участков в отдельных ячейках активной зоны);
- заведомо однофазное течение теплоносителя за пределами активной зоны;
- как показывает практика, имеет место слабое перемешивание теплоносителя в активной зоне, несмотря на бесчехловую конструкцию тепловыделяющих сборок;
- слабо выраженные трехмерные эффекты течения теплоносителя в циркуляционных трубопроводах и ряд других.

Все вышеназванные особенности процессов в плотном первом контуре РУ с реакторами типа ВВЭР позволяет существенно упростить физическую модель теплогидравлических процессов, сделав следующие допущения:

- рассматривать одномерное односкоростное (гомогенное) течение теплоносителя (даже в случае появления паровой фазы) в первом контуре реакторной установки;
- поскольку скорость звука в жидкой фазе очень велика, можно пренебречь временем установления распределения давления в циркуляционном контуре от возникающих возмущений, и, соответственно, решать уравнения для так называемого несжимаемого теплоносителя;
- поскольку в указанных условиях изменение плотности, связанные с тепловым расширением теплоносителя за малые интервалы времени незначительны, сосредоточить фиктивные источники и стоки теплоносителя (для выполнения закона сохранения массы) в нескольких выделенных узлах циркуляционного контура, т.е. решать уравнение неразрывности не для каждого элемента циркуляционного контура, а для циркуляционного контура в целом.

Совокупность указанных допущений называется приближением гомогенного одномерного течения несжимаемой жидкости. Следует особо подчеркнуть, что под термином “несжимаемая жидкость” подразумевается “акустически несжимаемая жидкость”, т.е. предположение о “мгновенном” установлении распределения давления в

циркуляционном контуре, или, что тоже самое, полагается, что скорость звука в теплоносителе равна бесконечности. Речь не идет о пренебрежении изменением плотности теплоносителя в зависимости от изменения давления.

В случае нарушения плотности первого контура начинается заведомо двухфазное двухскоростное течение теплоносителя, пренебречь сжимаемостью теплоносителя уже не представляется возможным, а система уравнений теплогидродинамики требует качественно иного подхода.

В данном пособии мы основное внимание уделим решению уравнений гидродинамики именно для гомогенного одномерного течения несжимаемой жидкости.

## 4.1 Методика решения уравнений гидродинамики для одномерного течения несжимаемого теплоносителя

Методика решения уравнений движения и энергии для одномерного течения несжимаемого теплоносителя изложена применительно к программным комплексам “РАДУГА-7” [28] и “TRP” (Thermal Power Plant) [22]. Излагаемая ниже методика также несущественно отличается от подходов программ “ДИНАМИКА” [12] и “РАСНАР” [14].

В перечисленных выше программах конкретная реализация изложенных подходов может несколько отличаться от изложенной ниже. Тем не менее, для понимания основных принципов решения уравнений движения и энергии, применяемых в указанных программах, приведенное ниже описание является достаточно полным.

### 4.1.1 Уравнения движения

В качестве исходной рассмотрим систему уравнений одномерного течения сжимаемой жидкости без учета замыкающих соотношений, характеризующих взаимную зависимость давления, энтальпии и плотности теплоносителя.

Уравнение неразрывности в этом случае имеет вид:

$$\frac{d(\rho f)}{dt} + \frac{d(\rho w f)}{dx} = 0.$$

Закон сохранения импульса:

$$\frac{d(\rho w f)}{dt} + \frac{d(\rho w^2 f)}{dx} = -\rho g f \frac{dh}{dx} - \tau_0 \Pi - f \frac{dP}{dx},$$

где

- w** - линейная скорость теплоносителя вдоль оси канала;
- $\rho$**  - плотность теплоносителя;
- f** - проходное сечение канала;
- P** - давление;
- x** - координата, совпадающая с осью канала;
- h** - высотная отметка;
- g** - напряженность гравитационного поля;
- $\tau_0$**  - касательное напряжение;
- $\Pi$**  - периметр канала.

Решение уравнения производится при следующих допущениях:

- стенки жесткие, постоянного сечения (т.е. пренебрегаем деформацией трубопроводов и корпусного оборудования), т.е.  $\frac{d(f)}{dt} = 0$ ;

- из предположения об акустической несжимаемости теплоносителя, т.е. замены решения системы уравнений неразрывности для каждого элемента циркуляционного контура решением уравнения неразрывности для всего контура в целом, следует пренебрежение изменением плотности теплоносителя в зависимости от времени для каждого элемента

циркуляционного контура:  $\frac{d(\rho f)}{dt} = 0$ ;

- для простоты решения уравнения движения циркуляционный контур разбивается на элементы с постоянным проходным сечением, т.е. в пределах элемента полагается что  $\frac{df}{dx} = 0$ .

Откуда из уравнения неразрывности следует:

$$\frac{d(\rho w f)}{dx} = 0 \quad \text{т.е.} \quad \frac{dG}{dx} = 0$$

где  $G = \rho w f$  - расход теплоносителя по каналу.

Это означает, что массовый расход теплоносителя по длине канала в пределах временного шага - величина постоянная (т.е. накопление теплоносителя в канале за счет изменения плотности не происходит). Учет изменения массы теплоносителя осуществляется для контура в целом, т.е. небаланс массы в канале добавляется как фиктивный источник или сток теплоносителя за пределами гидравлического канала. Данное допущение позволяет получить очень удобную форму записи систем алгебраических уравнений для последующего их численного решения.

С учетом указанных допущений можно проинтегрировать уравнение сохранения импульса вдоль оси канала, приняв в качестве аргумента расход:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{dG}{dt} = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} + P_{\text{нас}} - \sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2} G|G| - \rho gh$$

где

- $N$  - число участков по длине канала;
- $\sum_{i=1}^n \frac{1}{f}$  - сумма отношений длин участков канала к их проходным сечениям;
- $P_{\text{вх}}$  - давление на входе в канал;
- $P_{\text{вых}}$  - давление на выходе из канала;
- $P_{\text{нас}}$  - напор насоса;
- $\sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2}$  - сумма отношений местных сопротивлений участка канала к удвоенному произведению плотности теплоносителя по участкам канала на квадрат проходных сечений участков;
- $\rho gh$  - гидростатический напор.

В итоге замкнутая система уравнений энергии, движения и неразрывности для каждого элемента контура распадается на три независимых в пределах шага интегрирования системы уравнений:

- уравнений движения и давления в узлах, по своей форме совпадающей с системой уравнений для электрической цепи;
- уравнения неразрывности в целом для контура;
- уравнений энергии и концентрации пассивной примеси для каждого элемента контура.

В соответствии с вышеизложенным, расчетная схема первого контура реакторных установок типа ВВЭР и АСТ представлена на **рис. 4.1**.

Для простоты изложения узлами расчетной схемы, в которых определяется давление, являются вход и выход из активной зоны, а также верхняя камера смешения. Давление в верхней камере смешения определяется по результатам решения уравнения неразрывности для контура в целом и уравнений состояния в компенсаторе объема. Фиктивный расход, соответствующий небалансу массы в контуре за шаг интегрирования, направляется в верхнюю камеру смешения.

В соответствии с расчетной схемой, система уравнений движения будет иметь вид:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{dG_z}{dt} - P_2 + P_3 = - \sum_{i=1}^n \frac{\xi_z}{2\rho f^2} G_z |G_z| - \rho gh ;$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{dG_p}{dt} - P_1 + P_2 = - \sum_{i=1}^n \frac{\xi_p}{2\rho f^2} G_p |G_p| - \rho gh + P_{нас} ;$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{dG_o}{dt} - P_3 + P_1 = - \sum_{i=1}^n \frac{\xi_o}{2\rho f^2} G_o |G_o| - \rho gh ;$$

$$\sum_{i=1}^{n_z} G_z = \sum_{i=1}^{n_p} G_p ;$$

$$\sum_{i=1}^{n_z} G_z = G_o ;$$

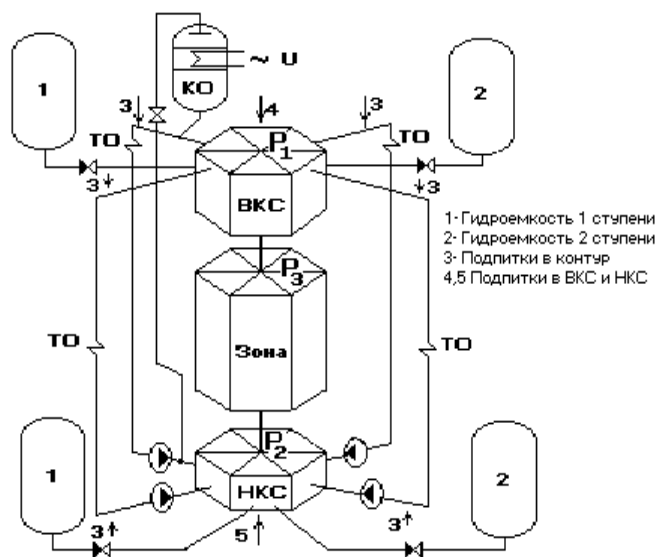
$$P_1 = P_{ко} ;$$

где

$P_{ко}$  - давление в компенсаторе объема;

индексы относятся:

- z** - к каналам активной зоны;
- p** - к петлям циркуляции;
- o** - к общему тяговому участку.



**Рис. 4.1**

Данная система уравнений преобразуется в систему уравнений относительно давления  $P_2$  и  $P_3$ . После преобразований система уравнений будет иметь вид:

$$A_{11}P_2 + A_{12}P_3 = B_1 ;$$

$$A_{21}P_2 + A_{22}P_3 = B_2 .$$

Заменив производную расхода по времени разностным выражением:

$$\frac{dG}{dt} = \frac{3G_t - 4G_{t-1} + G_{t-2}}{2\Delta t} ;$$

получим разностное уравнение для канала:

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{4G_{t-1} - G_{t-2}}{2\Delta t} + P_{вх} - P_{вых} - \rho gh}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{3}{2\Delta t} + \sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2} |G_{t-1}|} .$$

В реальной расчетной схеме п/к “Радуга” узлами, в которых определяется давление являются, помимо названных в нашем примере, точки врезки подпиток, точка подключения компенсатора объема в соответствующей петле, а также точки забора теплоносителя на систему впрыска. Давление в точке подключения компенсатора объема определяется с учетом гидравлических потерь в дыхательном трубопроводе в точке врезки дыхательного трубопровода в главный циркуляционный контур.

#### 4.1.2 Уравнение энергии

Если пренебречь сжимаемостью жидкости и диссипацией энергии, то уравнение сохранения энергии для отдельного узла примет вид:

$$M \frac{dH}{dt} = \sum_{i=1}^n G_{вх} H_{вх} - \sum_{i=1}^m G_{вых} H + Q ;$$

$$\sum_{i=1}^n G_{вх} - \sum_{i=1}^m G_{вых} = 0 ;$$

- где  $M$  - масса теплоносителя в узле;  
 $H$  - средняя энтальпия теплоносителя в узле;  
 $G_{вх}$  - расход, входящий в узел;  
 $H_{вх}$  - энтальпия теплоносителя, входящего в узел;  
 $G_{вых}$  - расход на выходе из узла;  
 $Q$  - мощность источника тепла;

Предполагается, что теплоноситель, входящий в узел, мгновенно перемешивается с теплоносителем в узле, следовательно, энтальпия вытекающего из узла теплоносителя равна средней энтальпии узла.

Учитывая высокую консервативность данного уравнения, высокую тепловую инерционность и невырождение уравнения при увеличении шага интегрирования до бесконечности, производную энтальпии по времени можно расписать по двухточечному шаблону:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{H - H_{t-1}}{\Delta t} ;$$

Уравнение для энтальпии узла примет вид:

$$H = \frac{\frac{MH_{t-1}}{\Delta t} + \sum_{i=1}^n G_{\text{ВХ}} H_{\text{ВХ}} + Q}{\sum_{i=1}^m G_{\text{ВЫХ}} + \frac{M}{\Delta t}}$$

#### 4.1.3 Уравнение концентрации пассивной примеси (борной кислоты)

Данное уравнение запишем аналогично уравнению энтальпии:

$$M \frac{dC}{dt} = \sum_{i=1}^n G_{\text{ВХ}} C_{\text{ВХ}} - \sum_{i=1}^m G_{\text{ВЫХ}} C + G_{\text{под}} C_{\text{под}}$$

где

$C$  - концентрация бора;

$G_{\text{под}}$  - расход подпитки;

$C_{\text{под}}$  - концентрация бора в теплоносителе подпитки;

Разностное уравнение для концентрации бора будет иметь вид:

$$C = \frac{\frac{MC_{t-1}}{\Delta t} + \sum_{i=1}^n G_{\text{ВХ}} C_{\text{ВХ}} + G_{\text{под}} C_{\text{под}}}{\sum_{i=1}^m G_{\text{ВЫХ}} + \frac{M}{\Delta t}}$$

#### 4.1.4 Уравнение для расчета температуры в стенке, омываемой с двух сторон теплоносителем

Применение сеточного метода для решения уравнения теплопроводности в стенке не целесообразно, т.к. приведет к значительным потерям машинного времени (метод сеток требует не менее четырех расчетных узлов по толщине, в то время как для моделирования теплообменных поверхностей достаточно одного узла).

Таким образом, целесообразно применить метод элементарных балансов, записав уравнение относительно температуры в центре стенки:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \frac{1}{s} (k_1(T_1 - T) + k_2(T_2 - T));$$

где

$T$  - температура в центре теплопередающей стенки;

$s$  - толщина стенки;

$k_1, k_2$  - определяются по формулам:

$$k_1 = \frac{1}{\frac{R_1}{\alpha_1 R} + \frac{R_1}{\lambda \ln \frac{R}{R_1}}}; \quad k_2 = \frac{1}{\frac{R_2}{\alpha_2 R} + \frac{R_2}{\lambda \ln \frac{R}{R_2}}};$$

$R_1$  - внутренний радиус стенки;

$R_2$  - наружный радиус стенки;

$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2}{2}$  - средний размер стенки;

$\lambda$  - теплопроводность;

$\alpha_1$  - коэффициент теплоотдачи со стороны внутренней поверхности;

$\alpha_2$  - коэффициент теплоотдачи со стороны наружной поверхности;

#### 4.1.5 Методика моделирования компенсатора объема

В качестве основы при разработке модели компенсатора объема был использован подход, предложенный в [36] для анализа аварии, произошедшей на блоке №2 АЭС “Three Mile Island” в 1979 г. Однако опыт эксплуатации методики потребовал ее существенной переработки. В частности, введена коррекция расходимости решения уравнений состояния, введена модель неконденсирующегося газа в паровом пространстве и ряд других. Излагаемый ниже подход при решении уравнений состояния применяется для расчета параметров в следующих устройствах:

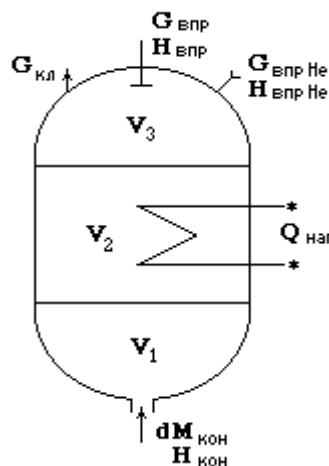
- компенсаторах давления (объема);
- парогенераторах;
- барабанах-сепараторах;
- конденсаторах турбин;
- подогревателях высокого и низкого давления;
- расширительных баках и аналогичных устройствах.

Используется модель решения уравнения состояния в объемах, содержащих теплоноситель одновременно в двух фазах: газообразной и жидкой, при этом моделируется масса и теплообмен между фазами.

Основные допущения излагаемой ниже модели:

- происходит “мгновенная” сепарация пара и воды, при этом из водяных объемов пар “мгновенно” поступает в паровой объем, а из парового объема конденсирующаяся вода “мгновенно” поступает в объем, непосредственно контактирующий с паром;
- пар и неконденсирующийся газ находятся в термодинамическом равновесии;
- при наличии неконденсирующегося газа не рассматривается испарение воды с поверхности испарения, даже если степень влажности пара меньше 1;
- выпадение росы происходит “мгновенно”;
- определение условий термодинамического равновесия между контрольными объемами осуществляется до расчета давления в системе, т.е. после определения давления на новом временном шаге в паровом пространстве массовое паросодержание может быть несколько ниже 1, а в водяных объемах - несколько выше 0. Массообмен произойдет на следующем шаге интегрирования.

Расчетная схема компенсатора приведена на **рис. 4.2**.



**Рис. 4.2**

$V_1$  - первый расчетный объем, непосредственно связанный с контуром;

$V_2$	- второй расчетный объем, в стационарном состоянии теплоноситель на линии насыщения;
$V_3$	- парогазовый объем, в стационарном состоянии пар находится на линии насыщения при парциальном давлении;
$dM_{\text{кон}}$	- изменение массы контура за шаг интегрирования;
$H_{\text{кон}}$	- энтальпия теплоносителя в элементе контура, непосредственно связанном с компенсатором объема;
$G_{\text{кл}}$	- расход через клапан;
$G_{\text{впр}}$	- расход теплоносителя, впрыскиваемого в компенсатор;
$H_{\text{впр}}$	- энтальпия впрыскиваемого теплоносителя;
$G_{\text{впр He}}$	- расход впрыска гелия;
$H_{\text{впр He}}$	- энтальпия впрыскиваемого гелия;
$Q$	- мощность электронагревателей.

При разработке модели компенсатора приняты следующие допущения:

- парциальное давление газов, входящих в третий расчетный объем пропорционально мольной доли газов:

$$P_i = P_0 \mu_i$$

где

$P_i$  - парциальное давление газа;

$P_0$  - полное давление смеси;

$$P_0 = \sum_{i=1}^n P_i ;$$

$\mu_i$  - мольная доля  $i$ -го газа:

$$\mu_i = \frac{\frac{M_i}{A_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{A_i}} ;$$

$M_i$  - масса  $i$ -го газа;

$A_i$  - атомная масса.

- если энтальпия пара в паровом объеме ниже энтальпии насыщения при парциальном давлении пара, то "мгновенно" происходит конденсация:

$$M_{\text{конд}} = (1 - X)M_{\text{пара}} ;$$

где  $X = \frac{H_i - h'}{h'' - h'}$  ;

- массовое паросодержание;

- если энтальпия воды в любом из водяных ( $V_1$  или  $V_2$ ) объемов выше энтальпии насыщения, соответствующей  $P_0$ , то происходит "мгновенное" вскипание:

$$M_{\text{вск}} = XM_{\text{воды}} ;$$

где  $X = \frac{H_3 - h'}{h'' - h'}$  ; - массовое паросодержание ( $i = 1, 2$ ) ;

$h'(h'')$  - энтальпия воды (пара) на линии насыщения.

- температура компонентов парогазовой среды одинакова;

- теплообмен между парогазовым  $V_3$  и вторым  $V_2$  объемами задается по закону:

$$Q = k (T_3 - T_2);$$

где  $k$  - произведение эффективного коэффициента теплообмена на площадь зеркала, определяется на основании экспериментальных данных;

- процессы испарения, связанные с отличием влажности пара в парогазовом объеме от 1.0, не учитываются; начальное распределение задается для влажности пара 1.0;

- поскольку используется приближение равновесной термодинамики, все уравнения записываются в виде полных дифференциалов.

Закон сохранения объема компенсатора раскроем в следующем виде:

$$dV = dV_1 + dV_2 + dV_3 = 0;$$

$$dV = d\left(\frac{M}{\rho}\right) = \frac{dM}{\rho} - \frac{M}{\rho^2} \left( \left(\frac{d\rho}{dP}\right)_H dP + \left(\frac{d\rho}{dH}\right)_P dH \right);$$

где

- $M$  - масса теплоносителя в объеме;  
 $\rho$  - плотность теплоносителя в объеме;  
 $H$  - полная энтальпия теплоносителя в объеме;  
 $P$  - полное давление.

Откуда

$$dP = \frac{\sum_{i=1}^3 \left( \frac{M_i}{\rho} - \frac{M_i}{\rho^2} \left(\frac{d\rho_i}{dH}\right)_P dH_i \right)}{\sum_{i=1}^3 \left( \frac{M_i}{\rho^2} \left(\frac{d\rho_i}{dP}\right)_H \right)}.$$

Уравнение массы для расчетных объемов:

$$\Delta M_1 = -\Delta M_{\text{кон}} x - M_{\text{вск1}};$$

$$\Delta M_2 = -\Delta M_{\text{кон}} (1-x) - M_{\text{вск2}} + M_{\text{конд}} + M_{\text{впр}};$$

$$\Delta M_{\text{пара}} = M_{\text{вск1}} + M_{\text{вск2}} - M_{\text{конд}} - \Delta M_{\text{кл}};$$

$$\Delta M_{\text{He}} = -\Delta M_{\text{клHe}} + M_{\text{впрHe}};$$

где

- $M_1$  - изменение массы первого расчетного объема;  
 $M_2$  - изменение массы второго расчетного объема;  
 $\Delta M_{\text{пара}}$  - изменение массы пара в третьем объеме;  
 $\Delta M_{\text{He}}$  - изменение массы гелия в третьем объеме;  
 $x$  - доля воды, поступающая в компенсатор из первого контура в первый объем;  
 $M_{\text{вск}}$  - изменение массы объема за счет вскипания;  
 $M_{\text{конд}}$  - изменение массы пара за счет конденсации;  
 $\Delta M_{\text{кл}} = G_{\text{кл}} \Delta t$  - изменение массы за счет расхода через клапан;  
 $M_{\text{впр}} = G_{\text{впр}} \Delta t$ .

Уравнение для энтальпии:

$$\Delta H_1 = \frac{|\Delta M_{\text{кон}}| - \Delta M_{\text{кон}}}{2} H_{\text{кон}} x - \frac{|\Delta M_{\text{кон}}| + \Delta M_{\text{кон}}}{2} H_1 - M_{\text{вск1}} h'' + V_1 \Delta P;$$

$$\Delta H_2 = \frac{|\Delta M_{\text{кон}}| - \Delta M_{\text{кон}}}{2} H_{\text{кон}} (1-x) - M_{\text{вск2}} h'' + V_2 \Delta P + Q_{\text{наг}} + (M_{\text{впр}} + M_{\text{конд}}) h' + k(T_3 - T_2);$$

$$\Delta H_3 = (M_{\text{вск1}} + M_{\text{вск2}}) h'' - M_{\text{конд}} h' - (H_{\text{впр}} - h') M_{\text{впр}} + V_3 \mu_{\text{пара}} \Delta P;$$

$$\Delta H_4 = \Delta M_{\text{клHe}} H + M_{\text{впрHe}} H_{\text{впрHe}} + V_3 \mu_{\text{He}} \Delta P;$$

где

$\mu_{\text{пара}}$  - мольная доля пара;

$\mu_{\text{He}}$  - мольная доля гелия.

Для  $H_3$  и  $H_4$  решаем итерационную задачу до выполнения условия:

$$H_3 + H_4 = \text{const};$$

$$T_3 = T_4;$$

Для обеспечения нерасходимости решения производится вариация полученного давления  $P = P_{t-1} + \Delta P$  для выполнения условия:

$$V_1 + V_2 + V_3 = V_0 = \text{const}.$$

Опыт эксплуатации программы компенсатора объема показал высокую точность совпадения результатов с тестовыми задачами, поддающимися аналитическому решению в диапазоне изменения мольной доли гелия в качестве неконденсирующегося газа в диапазоне от 0 до 0.95.

#### 4.1.6 Неравновесное паросодержание в каналах активной зоны

Поскольку неравновесное объемное паросодержание существенно влияет на нейтронно-физические характеристики реактора, а для АСТ и на теплогидравлические характеристики каналов активной зоны, была выбрана модель неравновесного паросодержания в соответствии с [37]. Данная модель обеспечивает плавный переход от модели поверхностного кипения к модели объемного кипения.

$$\Phi = \frac{1}{1 + \chi \frac{\rho''}{\rho'} \frac{1 - X_{\text{нпк}}}{X_{\text{нпк}}}};$$

где

$\Phi$  - неравновесное паросодержание;

$\rho'$  - плотность воды на линии насыщения;

$\rho''$  - плотность пара на линии насыщения;

$$\chi = 1 + \frac{(0.6 + 1.5b^2) \left(1 - \frac{P}{225.6}\right)}{\left(\frac{V^2}{9.81d_r}\right)^{0.25}};$$

$P$  - давление в канале [атм];

$V$  - линейная скорость теплоносителя;

$d_r$  - гидравлический диаметр канала;

$$b = \frac{1}{\frac{\rho''}{\rho'} \frac{1 - X_{\text{нпк}}}{X_{\text{нпк}}}};$$

$$X_{\text{нпк}} = \frac{(h - h') + A_i}{r + A_i};$$

$h$  - энтальпия теплоносителя;

$h'$  - энтальпия воды на линии насыщения;

$r$  - удельная теплота парообразования;

$$A_i = (h + h' - 2h_{\text{нпк}}) \exp\left(\frac{-2(h - h_{\text{нпк}})}{h'' - h_{\text{нпк}}}\right);$$

$$h_{\text{нпк}} = h' - 7.5 \frac{Q_f}{V\rho} \left(\frac{Q_f \rho' d_r}{r\rho''\mu}\right)^{0.08} \left(\frac{V d_r \rho}{\mu}\right)^{0.2}$$

$\rho$  - плотность теплоносителя;

$\mu$  - динамическая вязкость;

$Q_f$  - тепловой поток.

#### 4.1.7 Перемешивание теплоносителя в камерах смешения

В рамках одномерной модели течения теплоносителя смоделировать процесс перемешивания теплоносителя в камерах смешения теплоносителя (на входе и выходе из активной зоны) не представляется возможным, а экспериментальные данные [38] показывают, что имеет место весьма низкое перемешивание теплоносителя в камерах смешения реактора.

Для соседних петель перемешивание находится в пределах 10 - 20 %, поэтому на динамику установки окажет существенное влияние несимметричное изменение параметров теплоносителя в петлях (резкое захлаживание теплоносителя, либо подача или неподача борного раствора в одну из петель). Причем динамика энерговыделения в активной зоне, полученная по усредненным параметрам теплоносителя в камерах смешения и с учетом неполного перемешивания, может отличаться качественным образом.

Решением, позволяющим удовлетворительно описать эффекты перемешивания, является применение балансного метода с введением экспериментальных коэффициентов смешения теплоносителя. В принципе можно записать долю расхода, приходящуюся от каждой петли каждому каналу активной зоны, но получение необходимых коэффициентов перемешивания экспериментальным путем практически не представляется возможным.

В то же время имеется значительное количество экспериментальных данных для секторов в 1/6 или 1/4 активной зоны, поэтому представляется целесообразным разбить камеры смешения на число секторов, равное минимальной величине сектора симметрии активной зоны реактора. Для гексагональной упаковки таким минимальным элементом симметрии является 1/6 часть активной зоны.

Расчетная схема показана на **рисунке 4.3**.

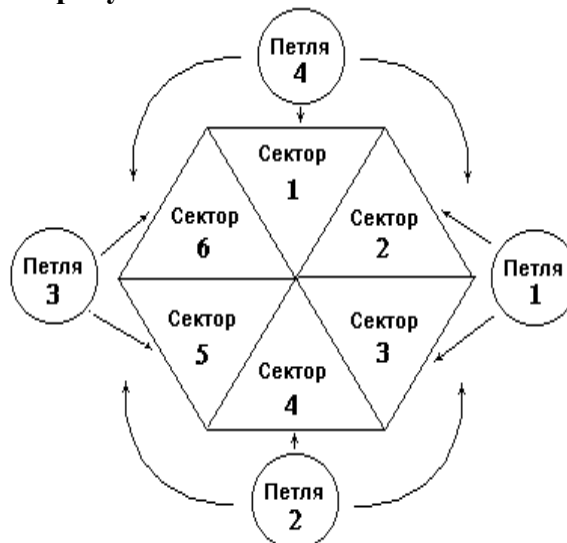


Рисунок 4.3

Для каждой из камер матрица смешения имеет вид:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \end{bmatrix}$$

Где первый индекс - номер петли, второй индекс - номер камеры смешения.

В этом случае расход, приходящий (уходящий) в сектор  $I$  камеры смешения из петель будет равен:

$$G_I = \sum_{i=1}^n G_i A_{i1};$$

где  $n$  - число петель.

Расход в сектор из каналов активной зоны, соответствующих данному сектору будет равен:

$$G_{ly} = \sum_{i=1}^m G_i;$$

где  $m$  - число каналов активной зоны, соответствующее данному сектору.

Уравнение энергии и энтальпии для каждого сектора записывается точно так же, как и для элементов контура циркуляции.

Однако при нарушении симметрии расходов по петлям (например, вследствие останова одного из циркуляционных насосов) будет нарушено условие неразрывности для отдельно взятого сектора:

$$G_{In} + G_{ly} = 0.$$

Для обеспечения равенства вводится понятие расхода обмена  $G_{o6l}$  так, что:

$$G_{In} + G_{ly} + G_{o6l} = 0.$$

В то же время сумма расходов по каналам для всей камеры смешения в точности равна сумме расходов по петлям:

$$\sum_{l=1}^6 G_{o6l} = 0.$$

Поскольку точно указать, между какими секторами камеры смешения происходит обмен, невозможно, определяется средняя энтальпия обменного расхода по формуле:

$$H_{o6l} = \frac{\sum_{l=1}^6 (G_{o6l} + |G_{o6l}|) H_l}{\sum_{l=1}^6 (-G_{o6l} + |G_{o6l}|)}.$$

Тогда уравнение энтальпии для сектора  $I$  будет иметь вид:

$$H = \frac{\frac{H_{t-1}M}{\Delta t} + \sum_{j=1}^m \frac{(-G_j + |G_j|) H_j}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{(G_j + |G_j|) H_j}{2} + \frac{(G_{o6l} + |G_{o6l}|) H_{o6l}}{2}}{\frac{M}{\Delta t} + \sum_{j=1}^m \frac{(G_j + |G_j|)}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{(-G_j + |G_j|)}{2} + \frac{(-G + |G_{o6l}|)}{2}};$$

где  $M$  - масса теплоносителя в секторе.

Для концентрации борной кислоты уравнения записываются аналогично:

$$C = \frac{\frac{C_{t-1}M}{\Delta t} + \sum_{j=1}^m \frac{(-G_j + |G_j|)C_j}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{(G_i + |G_i|)C_i}{2} + \frac{(G + |G_{обл}|)C_{обл}}{2}}{\frac{M}{\Delta t} + \sum_{j=1}^m \frac{(G_j + |G_j|)}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{(-G_i + |G_i|)}{2} + \frac{(-G + |G_{обл}|)}{2}}.$$

#### 4.1.8 Методика учета двухфазного процесса течения теплоносителя в первом контуре

Данная методика была разработана и включена в п/к “РАДУГА” исключительно для исследовательских целей. Однако при моделировании течей из первого контура она была косвенно проверена путем сравнения с экспериментами на стенде РМК-NVH.

##### 4.1.8.1 Модель сепарации пара в верхней камере смешения

В п/к “РАДУГА” имеется две методики учета уноса пара из верхней камеры смешения (ВКС). Обе они предполагают использование характеристик уноса пара из ВКС на основе экспериментальных данных или расчета по специальным программам.

В первой методике полагается, что унос пара из ВКС описывается зависимостью:

$$\Phi_{ун} = a_1 \cdot \Phi \cdot \left| \frac{G}{G_0} \right|^{a_2} + a_3 \cdot \Phi + a_4,$$

где

$\Phi_{ун}$  - паросодержание в теплоносителе, поступающем в циркуляционные петли;

$\Phi$  - паросодержание в ВКС;

$G$  - расход через активную зону;

$G_0$  - номинальный расход через активную зону;

$a_1, a_2, a_3, a_4$  - эмпирические коэффициенты.

Во второй методике задается табличная зависимость паросодержания в теплоносителе, поступающем в циркуляционные петли от паросодержания в ВКС непосредственно в исходных данных в виде

$$\Phi_{ун} = \Phi_{ун}(\Phi).$$

Кроме того, если в ВКС паросодержание меньше единицы, то в случае опрокидывания циркуляции в каналах активной зоны из ВКС в каналы активной зоны поступает вода на линии насыщения (это справедливо только, если в соответствующем секторе симметрии ВКС теплоноситель находится на линии насыщения).

Учет указанных моделей осуществляется путем введения поправок в уравнения энергии для ВКС.

Кроме того, полагается, что в паровой фазе борная кислота не растворяется, что учитывается в виде поправок в уравнении переноса борной кислоты.

##### 4.1.8.2 Модель сепарации пара в циркуляционных петлях

Данная модель была введена в уравнения энергии для учета гидрозатворов, возникающих в циркуляционных петлях при осушении первого контура. Эта методика используется только при достаточно вялой циркуляции теплоносителя в первом контуре.

Для горизонтальных участков течение теплоносителя полагается гомогенным.

Для наклонных и вертикальных каналов моделирование сепарации пара в циркуляционных петлях осуществляется по следующему алгоритму:

- определяется паросодержание в канале и сравнивается с граничным, задаваемым в исходных данных;

- проверяется условие, что расход теплоносителя через канал, умноженный на шаг интегрирования, менее половины массы теплоносителя в данном участке.

Если одно из перечисленных выше условий не выполняется, то течение теплоносителя полагается гомогенным.

Если оба перечисленных выше условия выполняются, то при течении теплоносителя снизу вверх из элемента уносится пар, масса которого равна расходу теплоносителя, умноженного на шаг интегрирования. Если масса пара в узле недостаточна, то недостающая масса восполняется за счет жидкой фазы. При течении теплоносителя сверху вниз из элемента уносится вниз жидкая фаза с паросодержанием, равным граничному значению, задаваемому в исходных данных. Если содержащейся в элементе жидкой фазы недостаточно, то недостающая масса компенсируется за счет паровой фазы.

Излагаемая выше методика качественно правильно описывает процессы при течении двухфазного теплоносителя при осушении первого контура, однако количественная проверка данного подхода не выполнялась. Программный комплекс “РАДУГА” с моделью двухфазного течения теплоносителя в первом контуре можно использовать только для исследовательских целей.

## 4.2 Методика решения уравнений гидродинамики для модели сжимаемого теплоносителя

В наиболее продвинутых программных комплексах моделирования течения заведомо двухфазного негомогенного сжимаемого теплоносителя применяется, как правило, модель одномерного течения. В некоторых программах (например, TRACK-PF) реализована трехмерная модель течения теплоносителя, но непомерно высокие требования к вычислительным ресурсам ЭВМ, как правило, позволяют применять такие подходы только для моделирования процессов в отдельных элементах оборудования, а не во всей реакторной установке в целом. Даже введение псевдотрехмерной модели течения теплоносителя (т.е. просто введение поперечных связей) в программе "RELAP5" приводит к весьма значительному росту требований программы к вычислительным ресурсам ЭВМ.

Поэтому в современных программах, предназначенных для моделирования процессов в двухфазном сжимаемом теплоносителе, применяется модель одномерного течения двухфазного теплоносителя. В качестве примера основной системы уравнений гидродинамики рассмотрим систему уравнений программы "RELAP5/mod.2" [17].

Уравнения сохранения записаны в программе "RELAP5/mod.2" в одномерном двухскоростном приближении.

Уравнение неразрывности для газовой фазы имеет вид:

$$\frac{1}{V} \frac{d}{d\tau}(V_r \phi \rho_r) + \frac{1}{f} \frac{d}{dx}(\rho_r \omega_r \phi f) = \Gamma_r + \sum_{i=1}^N \Gamma_i - 9\Gamma_{\text{H}},$$

для жидкой фазы:

$$\frac{1}{V} \frac{d}{d\tau}(V_{\text{ж}}(1-\phi) \rho_{\text{ж}}) + \frac{1}{f} \frac{d}{dx}(\rho_{\text{ж}} \omega_{\text{ж}}(1-\phi)f) = -\Gamma_r + \Gamma_{\text{ж}},$$

где

$V$	-	объем расчетной области;
$\tau$	-	время;
$\phi$	-	паросодержание (объемная доля газовой фазы);
$\rho_{r,\text{ж}}$	-	плотность газовой (или жидкой) фазы;
$f$	-	площадь проходного сечения канала;
$\omega$	-	линейная скорость;
$x$	-	пространственная координата;
$\Gamma$	-	скорость генерации пара;
$9\Gamma_{\text{H}}$	-	скорость генерация водорода (в пересчете на пар);
$\Gamma_i$	-	скорость генерации прочих газов.

Уравнение сохранения импульса для газовой фазы

$$\begin{aligned} \phi \rho_r f \frac{d\omega_r}{d\tau} + \frac{1}{2} \phi \rho_r f \frac{d\omega_r^2}{dx} = & -\phi f \frac{dP}{dx} + \phi \rho_r f g_x - (\phi \rho_r f) F(\omega_r) + \\ & + \Gamma_r f (\omega_r - \omega_r) - (\phi \rho_r f) (\omega_r - \omega_{\text{ж}}) - C(1-\phi) \rho f * \\ & * \left( \frac{d(\omega_r - \omega_{\text{ж}})}{d\tau} + \omega_{\text{ж}} \frac{d\omega_r}{d\tau} - \omega_r \frac{d\omega_{\text{ж}}}{d\tau} \right) - \sum_{i=1}^N \Gamma_i f \omega_r - 9\Gamma_{\text{H}} f_r, \end{aligned}$$

для жидкой фазы

$$\begin{aligned}
& (1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f \frac{d\omega_{\text{ж}}}{dt} + \frac{1}{2}(1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f \frac{d\omega_{\text{ж}}^2}{dx} = - (1-\varphi)f \frac{dP}{dx} + (1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f g_x - \\
& - ((1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f)F(\omega_{\text{ж}}) - \Gamma_r f(\omega_{\text{ж}i} - \omega_{\text{ж}}) - ((1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f)F(\omega_{\text{ж}} - \omega_r) - \\
& - C \varphi(1-\varphi)\rho f \left( \frac{d(\omega_{\text{ж}} - \omega_r)}{d\tau} + \omega_r \frac{d\omega_{\text{ж}}}{d\tau} - \omega_{\text{ж}} \frac{d\omega_r}{d\tau} \right) - \Gamma_r f_{\text{ж}}.
\end{aligned}$$

Закон сохранения импульса для межфазового обмена имеет вид:

$$\begin{aligned}
& \Gamma_r \omega_{ri} - \varphi \rho_r f(\omega_r - \omega_{\text{ж}}) - C\varphi(1-\varphi)\rho \frac{d(\omega_r - \omega_{\text{ж}})}{d\tau} + \\
& + \Gamma_{\text{ж}} \omega_{\text{ж}i} - (1-\varphi)\rho_{\text{ж}} f(\omega_{\text{ж}} - \omega_r) - C\varphi(1-\varphi)\rho \frac{d(\omega_{\text{ж}} - \omega_r)}{d\tau} = 0,
\end{aligned}$$

где

- $P$  - давление;
- $g_x$  - проекция ускорения свободного падения на ось  $x$ ;
- $F(\omega_r)$  - сила трения о стенки;
- $\Gamma_r(\omega_{ri} - \omega_r)$  - сила, возникающая вследствие межфазового обмена;
- $(\varphi \rho_r f)(\omega_r - \omega_{\text{ж}})$  - межфазовые силы трения;
- $C$  - коэффициент, определяющий силу, связанную с виртуальной массой.

Уравнение энергии для газовой фазы:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{V} \frac{d}{d\tau}(V\varphi\rho_r h_r) + \frac{1}{f} \frac{d}{dx}(\varphi\rho_r h_r - \omega_r f) = \\
& = -P \frac{d\varphi}{d\tau} - \frac{P}{f} \frac{d}{dx}(\varphi\omega_r f) + Q_r + Q_{\text{ж}} + \sum_{i=1}^N \Gamma_i h_i - 9\Gamma_h h_{\text{ж}} Q_{\text{дис}r},
\end{aligned}$$

для жидкой фазы

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{V} \frac{d}{d\tau}(V(1-\varphi)\rho_{\text{ж}} h_{\text{ж}}) + \frac{1}{f} \frac{d}{dx}((1-\varphi)\rho_{\text{ж}} h_{\text{ж}} - \omega_{\text{ж}} f) = \\
& = -P \frac{d(1-\varphi)}{d\tau} - \frac{P}{f} \frac{d}{dx}((1-\varphi)\omega_{\text{ж}} f) + Q_r + Q_{\text{ж}} + Q_{\text{дис}ж},
\end{aligned}$$

где

- $Q$  - источник тепла;
- $Q_{r \rightarrow \text{ж}}$  - переход тепла из газа в жидкость;
- $Q_{\text{ж} \rightarrow r}$  - переход тепла из жидкости в газ,
- $Q_{r \rightarrow \text{ж}} + Q_{\text{ж} \rightarrow r} = 0$ ;
- $Q_{\text{дис}}$  - энергия диссипации.

В модели предполагается, что отличием давлений в газовой и жидкой фазах можно пренебречь.

Решение данной системы уравнений выполняется с применением полунявных методов с автоматическим выбором шага интегрирования.

## 5 ВЕРИФИКАЦИЯ ПРОГРАММ

Разработанная компьютерная программа, какой бы сложной она ни была, должна быть проверена на свою адекватность при моделировании того объекта или тех физических процессов, для которых она была разработана.

Процедура проверки качества программы в настоящее время называется верификацией программы.

В МАГАТЭ было принята следующая классификация проверки качества программы:

- проверка соответствия программы тем уравнениям, которые в нее заложены. Этот этап в классификации МАГАТЭ называется *верификация* программы;

- проверка соответствия программы процессам в реальном моделируемом объекте. Этот этап в классификации МАГАТЭ называется *валидация* программы.

На этапе верификации проверяется, по сути, отсутствие ошибок в программе и качество численных методов перехода от дифференциальных уравнений к конечно-разностным. Как правило, на этом этапе производится сравнение численных расчетов с задачами, поддающимися аналитическому решению, или сравнение с другими компьютерными программами или аналитическими тестами.

Что же касается валидации, то, как известно, наши знания о природе являются приближенными, и системы дифференциальных уравнений описывают реальные процессы в природе лишь приблизительно. Кроме того, многие процессы в природе (например, течение реальной жидкости или процесс переноса нейтронов в реакторе) описываются очень сложными уравнениями (да и то приближенными). Решение таких уравнений (например, трехмерных уравнений Рейнольдса или газокинетического уравнения Больцмана) на современных вычислительных машинах при описании процессов в реальных реакторных установках в разумное время практически невозможно.

Поэтому производится упрощение этих уравнений. При этом теряется описание ряда физических процессов и явлений в реальном объекте. Решение таких уравнений, даже математически точное, позволяет получить лишь приближенное описание реального физического процесса.

На этапе *валидации* как раз и определяется степень применимости компьютерной программы для моделирования тех или иных физических явлений в моделируемом объекте путем сравнения как с экспериментами на физических стендах, так и с экспериментами на реальных объектах.

Для оценки качества проведенной верификации научно-техническим центром Госатомнадзора РФ назначаются эксперты из числа специалистов, работающих в соответствующей области знаний и имеющих собственный опыт разработки или эксплуатации аналогичных программ.

По результатам работы экспертов специальным научно-техническим Советом при Госатомнадзоре РФ принимается решение о выдаче Паспорта на программное средство.

В данной главе рассмотрим верификацию программ на примере представленных в Госатомнадзор РФ верификационных материалов, вошедших в верификационный отчет программного комплекса РАДУГА-7.3 [39], [40], [41], [42]. Приведем фрагменты весьма объемного верификационного отчета, в наибольшей степени характеризующие объем расчетов, выполняемых при верификации программы расчета динамики реакторной установки.

## 5.1 Примеры верификации методик по отдельным физическим явлениям.

### 5.1.1 Верификация методики решения уравнений теплопроводности конечно-разностным методом

Изложенная выше методика реализована в программном комплексе **"РАДУГА/RAINBOW"** [28] для решения уравнения теплопроводности в тепловыделяющих элементах. Все верификационные расчеты выполнены непосредственно по программному комплексу **"РАДУГА/RAINBOW"**. Коэффициенты теплоотдачи рассчитывались по программе **"АЛЬФА"**[43].

#### 5.1.1.1 Расчет стационарного распределения температуры в твэле

Исходные данные для проведения данного расчета следующие:

радиус энерговыделяющего сердечника	- 0.015 м;
объемное энерговыделение	- $71.13 \cdot 10^6$ Вт/м <sup>3</sup> ;
теплопроводность сердечника	- 0.98 Вт/(м·К);
температура теплоносителя	- 6.0 °С;
коэффициент теплоотдачи	- 44120 Вт/(м <sup>2</sup> ·К).

Сопоставление с аналитическим расчетом приведено ниже ( температура в °С ):

Радиус (м)	0.0	0.005	0.010	0.015
Аналитический расчет	4100.8	3647.2	2286.3	18.09
"РАДУГА/RAINBOW"	4099.4	3646.0	2285.8	18.1

Как следует из таблицы, отличие между аналитическим стационарным расчетом и расчетом по сеточной методике, реализованной в п/к **"РАДУГА/RAINBOW"**, составляет величину порядка 0.035% для всех точек, кроме пограничной. Для пограничной точки определить отклонение не позволяет точность, с которой результаты расчета выводятся на печать. Однако ошибка не более 0.1%.

#### 5.1.1.2 Расчет охлаждения цилиндра при ступенчатом изменении температуры среды

Рассмотрено охлаждение для двух значений теплопроводности цилиндра: 980 и 98 Вт/(м·К).

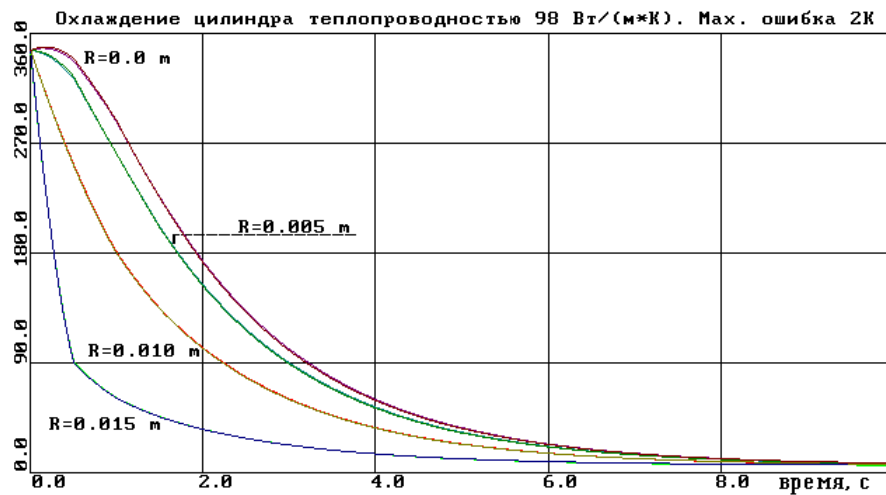
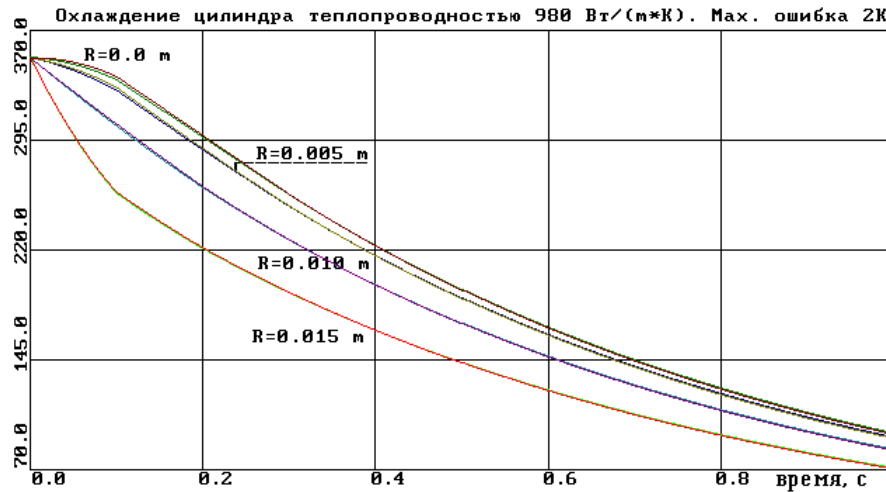
Исходные данные следующие:

плотность цилиндра	- 7900 кг/м <sup>3</sup> ;
теплоемкость цилиндра	- 419.0 Дж/кг;
начальная температура цилиндра	- 353 °С для первого варианта (980 Вт/(м·К)) - 248.4 °С для второго варианта (98 Вт/(м·К));
температура окружающей среды (T <sub>min</sub> )	- 6.2 °С;
коэффициент теплоотдачи	- 44120 Вт/(м <sup>2</sup> ·К).

Результаты расчета охлаждения цилиндра с теплопроводностью 980 Вт/(м·К) представлены на **рис. 5.1**, с теплопроводностью 98 Вт/(м·К) - на **рис. 5.2**.

Отклонение в расчете весьма незначительно, поэтому отличить на графиках аналитический расчет от сеточного весьма трудно. На всех рисунках графики температуры, рассчитанные по сеточной методике, расположены ниже аналитического расчета. Это отклонение объясняется тем, что в начале переходного процесса расчетный коэффициент теплоотдачи был несколько выше принятого для аналитического расчета. Тем не менее,

максимальное отклонение в расчетах от аналитического не превысило 2 °С, что составляет величину порядка 0.8 % от разности между начальной и конечной температурами.

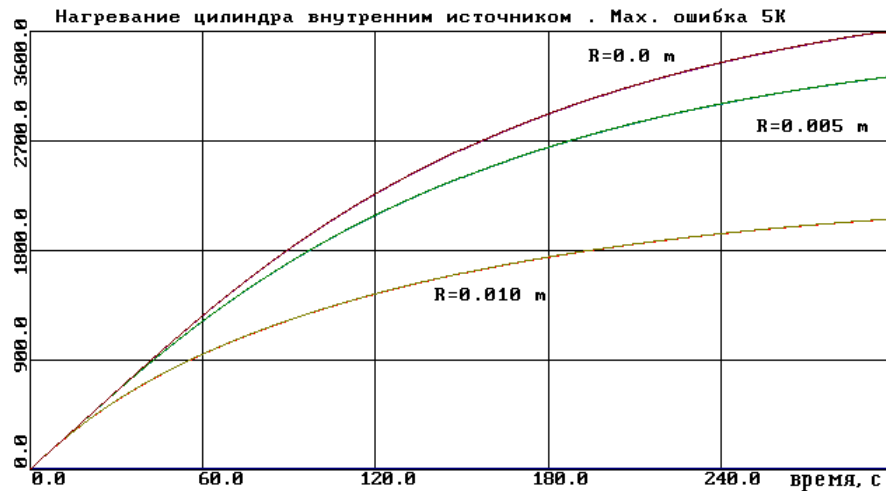


### 5.1.1.3 Расчет нагревания цилиндра при ступенчатом включении внутреннего источника энерговыделения

При моделировании данного режима приняты следующие исходные данные:

плотность цилиндра	- 7900 кг/м <sup>3</sup> ;
теплоемкость цилиндра	- 419.0 Дж/кг;
начальная температура цилиндра	- 6 °С ;
теплопроводность цилиндра	- 0.98 Вт/(м*К);
температура окружающей среды (Tmin)	- 6 °С;
коэффициент теплоотдачи	- 44120 Вт/(м <sup>2</sup> ·К).

Результаты расчета представлены на **рис. 5.3**. Отклонение в расчете столь незначительно, что отличить на графиках аналитический расчет от сеточного весьма трудно. Тем не менее, графики сеточного расчета несколько ниже графиков аналитического расчета.



**Рис. 5.3. Температура цилиндра, °C**

Максимальное отклонение сеточного расчета от аналитического составляет 5 °C, что относительно изменения температуры на 3600 °C составляет 0.14%.

Таким образом, было показано, что для задач, поддающихся аналитическому решению, точность расчета температурных полей в твэлах по сеточной программе не хуже 0.8% в динамических режимах и не хуже 0.1% для стационарного расчета.

### 5.1.2 Сопоставление стационарного расчета утечки нейтронов из реактора с аналитическим

Для верификации корректности решения уравнения переноса нейтронов на границе активной зоны проведено сопоставление расчета критичности активной зоны. Наиболее точно поддается аналитическому описанию цилиндр, окруженный вакуумом. При этом граничное условие с вакуумом имеет вид:

$$\frac{D}{F} \frac{dF}{dn} = -\frac{1}{2}$$

Длина экстраполяции в данном случае равна  $2D$ .

Для верификации корректности описания граничных условий в программе целесообразно выбрать активную зону с возможно большей утечкой нейтронов, т.е. активную зону с возможно меньшими геометрическими размерами.

В качестве прототипа геометрических и нейтронно-физических характеристик активной зоны для решения данной задачи использована решетка и топливо импульсного исследовательского реактора NSRR [44].

Активная зона в рассматриваемой тестовой задаче собрана из 217 топливных ячеек (см. рис. 5.4), расстояние между центрами ячеек - 4.17 см, высота активной зоны - 38.1 см.

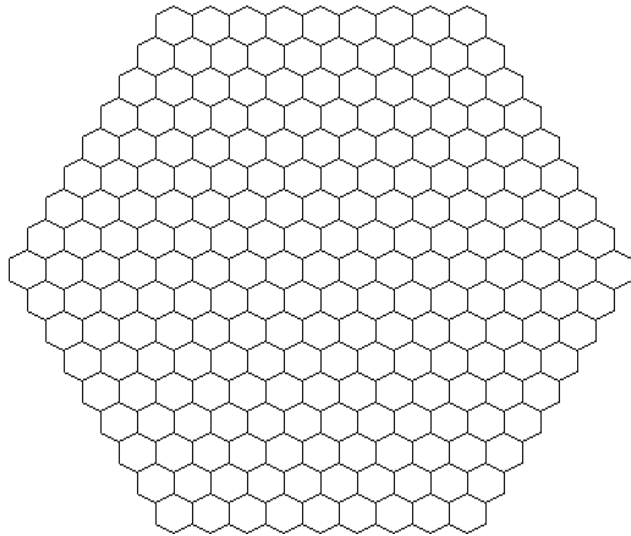


Рис. 5.4.

Основные нейтронно-физические и геометрические характеристики данной зоны следующие:

эффективный радиус зоны - 32.252 см;

эффективный размер “под ключ” - 61.428 см;

отношение периметра эффективного шестигранника к периметру эффективного цилиндра: - 1.0501;

основные нейтронно-физические характеристики топливной ячейки, рассчитанные по программе WIMS-D4, приведены ниже:

Группа	<b>D</b>	$\Sigma_a$	$\nu_f \Sigma_f$
1	1.81639E+00	1.14404E-03	1.82391E-03
2	7.59313E-01	9.64851E-04	9.56463E-04
3	5.27311E-01	1.87073E-02	1.34648E-02
4	2.00359E-01	1.22469E-01	2.03343E-01

Группа	$\Sigma_f$	$\Sigma_{1-2}$	<b>1/V</b>
1	6.60728E-04	1.01607E-01	1.15379E-04
2	3.88750E-04	1.19647E-01	4.92863E-04
3	5.53126E-03	9.92421E-02	3.96938E-02
4	8.36660E-02	5.86723E-04	7.10843E-01

Одногрупповые параметры:

- квадрат длины миграции  $M^2 = 25.141840$ ;

- коэффициент диффузии  $D = 0.823086$ .

Таким образом, экстраполированная добавка отражателя

$\delta = 1.646$  см.

Баклинг определяется по формуле

$$B_z^2 = \frac{\pi^2}{(H+2\delta)^2};$$

$$B_r^2 = \frac{2.405^2}{(R+\delta)^2}.$$

Откуда:

$$B_z^2 = 5.7606 \cdot 10^{-3}; B_z^2 \cdot M^2 = 0.144832;$$

$$B_r^2 = 5.03364 \cdot 10^{-3}; B_r^2 \cdot M^2 = 0.126555;$$

с учетом поправки на отклонение реальной поверхности зоны от цилиндрической:

$$B_r^2 = 5.28583 \cdot 10^{-3}; B_r^2 \cdot M^2 = 0.132895;$$

$$B^2 \cdot M^2 = 0.277727.$$

Сопоставление результатов расчета по “РАДУГА” и аналитического приведено ниже:

Параметр	“РАДУГА”	Аналитический расчет	Ошибка
$K_0$	1.490409	-	-
$K_{эфф}(Z)$	1.302764	1.301858	+0.3%
$B_z^2 \cdot M^2$	0.144036	0.144832	-0.55%
$K_{эфф}(R)$	1.318454	1.315576	+0.9%
$B_r^2 \cdot M^2$	0.130422	0.132895	-1.9%
$K_{эфф}$	1.16650	1.16652	-0.01%
$B^2 \cdot M^2$	0.277676	0.277727	+0.02%

Следует отметить, что погрешность аналитической оценки радиальной утечки нейтронов находится на уровне отклонений между аналитическим расчетом и расчетом по п/к “РАДУГА”, т.к. реальная радиальная поверхность значительно отличается не только от цилиндрической, но и от шестигранной. Таким образом, уравнения переноса нейтронов для внутренней разностной сетки, а также на границе, как с радиальным, так и с торцевым отражателем решаются корректно, а погрешность определения утечки нейтронов, определенная по программному комплексу “РАДУГА”, не превышает 1%.

### 5.1.3 Моделирование полей энерговыделения при значительном градиенте коэффициента диффузии

Рассматривалась тестовая задача по определению мощности кассет и распределению энерговыделения в кассетах по высоте. Проведено сравнение результатов расчетов по п/к “РАДУГА” с расчетами по мелкосеточной программе ЯР (96 расчетных узлов на кассету) [45].

Данный тест соответствует изменению плотности теплоносителя в ТВС от 0.3 до 0.7 г/см<sup>3</sup>.

Исходные данные теста:

**Тестовая задача со значительным градиентом  
коэффициента диффузии между кассетами и по  
длине ТВС**

**Исходные данные**

**Схема загрузки зоны**

Номер ТВС		16					
Сорт топлива		1					
			13	14	15		
			1	1	1		
		8	9	10	11	12	
		1	3	1	1	1	
1	2	3	4	5	6	7	
2	3	1	1	1	1	1	

Высота зоны	-	0.5	м
Шаг между центрами кассет	-	0.185	м
Длина экстраполяции:			
для радиального отражателя	-	0.04	м
для торцевого отражателя	-	0.1073	м

Для задачи с неоднородной по высоте активной зоной 0.3 м активной зоны загружены в соответствии с картограммой загрузки, верхняя часть кассет ( 0.2 м ) состоит из кассет сорта 3

**Нейтронно-физические характеристики кассет**

Наименование	Сорт топлива			Размерн.
	1	2	3	
Кoeff. диффузии 1 группы	0.016328	0.019332	0.024577	м
Кoeff. диффузии 2 группы	0.004141	0.005136	0.007113	м
Сечение замедления	1.6704	1.1342	0.60822	1/м
Сечение увода из 1-ой гр.	2.49153	1.91717	1.33522	1/м
Сечение поглощения 2 гр.	5.5994	5.2380	4.69846	1/м
Сечение деления 1 группы	0.22221	0.21542	0.20413	1/м
Сечение деления 2 группы	3.5187	3.3794	3.1110	1/м
Источник нейтронов 1 гр.	0.54151	0.52325	0.49286	1/м
Источник нейтронов 2 гр.	8.5857	8.2457	7.5908	1/м

Представлены результаты расчета мощности кассет и распределения мощности по активной зоне, выполненные по программам SEZON (48, 12 и 3 расчетных узла в 1/6 части сечения кассеты), БИПР-7, БИПР-К и РАДУГА в сравнении с мелкосеточным расчетом по программе ЯР (96 расчетных узлов в сечении кассеты).

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Представлены результаты расчета мощности кассет и распределения мощности по активной зоне, выполненные по программам **SEZON** (48, 12 и 3 расчетных узла в 1/6 части сечения кассеты), **БИПР-7**, **БИПР-К** и **РАДУГА-5** и **РАДУГА-7** в сравнении с мелкосеточным расчетом по программе **ЯР** (96 расчетных узлов в сечении кассеты).

Однородная по высоте зоны задача

	Ко		ΔКо %	
1. ЯР-96	0.999029	-		
2. S-48	0.999081	0.005		
3. S-12	0.999131	0.010		
4. S-3	0.999203	0.017		
5. БИПР-7	1.011822	1.28		
6. БИПР-К	1.002200	0.317		
7. РАДУГА-5	0.997115	-0.192		
8. РАДУГА-7	1.000778	0.175		

16				
0.577				
0.574	0.5			
0.569	1.4			
0.556	3.6			
0.520	9.9			
0.581	0.7			
0.575	-0.3			
0.573	-0.7			

13		14		15	
1.420		1.221		0.559	
1.415	-0.4	1.219	-0.2	0.556	-0.5
1.407	-0.9	1.217	-0.3	0.552	-1.3
1.388	-2.3	1.208	-1.1	0.539	-3.6
1.579	11.2	1.144	-6.3	0.500	-10.6
1.413	-0.5	1.218	-0.2	0.562	0.5
1.457	2.6	1.221	0.0	0.554	-0.9
1.418	-0.1	1.209	-1.0	0.555	-0.7

8		9		10		11		12	
1.255		0.861		1.484		1.165		0.483	
1.251	-0.3	0.881	2.3	1.481	-0.2	1.163	-0.2	0.480	-0.6
1.237	-1.4	0.912	5.9	1.477	-0.5	1.160	-0.4	0.476	-1.4
1.209	-3.7	0.998	15.9	1.466	-1.2	1.151	-1.2	0.464	-3.9
1.781	41.9	0.588	-31.7	1.542	3.9	1.071	-8.1	0.424	-12.2
1.254	-0.1	0.874	1.5	1.478	-0.4	1.160	-0.4	0.483	0.0
1.345	7.2	0.752	-12.7	1.510	1.8	1.160	-0.4	0.473	-2.1
1.283	2.2	0.878	2.0	1.478	-0.4	1.152	-1.1	0.479	-0.8

1		2		3		4		5		6		7	
0.776		0.694		1.340		1.494		1.472		0.949		0.289	
0.776	0.0	0.708	2.0	1.335	-0.4	1.490	-0.3	1.471	-0.1	0.946	-0.3	0.286	-1.0
0.772	-0.5	0.730	5.2	1.327	-1.0	1.484	-0.7	1.471	-0.1	0.943	-0.6	0.284	-1.7
0.770	-0.8	0.791	14.0	1.304	-2.7	1.467	-1.8	1.466	-0.4	0.931	-1.9	0.275	-4.8
1.047	34.9	0.571	-17.8	1.781	32.9	1.721	15.2	1.400	-4.9	0.854	-10.0	0.247	-14.5
0.761	-1.9	0.702	1.2	1.345	0.4	1.488	-0.4	1.467	-0.3	0.947	-0.2	0.293	1.4
0.810	4.4	0.635	-8.5	1.427	6.5	1.545	3.7	1.478	0.4	0.943	-0.6	0.288	-0.3
0.785	1.2	0.710	0.7	1.364	1.8	1.506	0.8	1.455	-1.2	0.937	-1.3	0.288	-0.3

Максимальное отклонение мощности кассеты от мелкосеточного расчета: по программе **РАДУГА-5** составляет 12.7 % в кассете No 9; по программе **РАДУГА-7** составляет 2.2 % в кассете No 8.

## Неоднородная по высоте зоны задача

	Ко	ΔКо %														
1. ЯР-96	0.930187	-														
2. S-48	0.930213	0.003														
3. S-12	0.930220	0.004														
4. S-3	0.930120	-0.007														
5. БИПР-7	0.954084	2.569														
6. БИПР-К	0.934589	0.473														
7. РАДУГА-5	0.927231	-0.318														
8. РАДУГА-7	0.929386	-0.080														
			16													
			0.541													
			0.538 -0.6													
			0.534 -1.3													
			0.522 -3.5													
			0.509 -5.9													
			0.546 0.9													
			0.536 -0.9													
			0.535 -1.1													
			13                      14                      15													
			1.404                      1.160                      0.522													
			1.400 -0.3 1.159 -0.1 0.519 -0.6													
			1.394 -0.7 1.157 -0.3 0.515 -1.3													
			1.378 -1.9 1.149 -0.9 0.504 -3.4													
			1.551 10.5 1.124 -3.1 0.489 -6.3													
			1.406 0.1 1.157 -0.3 0.527 1.0													
			1.435 2.2 1.156 -0.3 0.516 -1.1													
			1.402 -0.1 1.146 -1.2 0.517 -1.0													
			8                      9                      10                      11                      12													
			1.362                      0.990                      1.449                      1.097                      0.447													
			1.358 -0.3 1.008 1.8 1.446 -0.2 1.095 -0.2 0.445 -0.4													
			1.346 -1.2 1.034 4.4 1.443 -0.4 1.093 -0.4 0.441 -1.3													
			1.321 -3.0 1.107 11.8 1.434 -1.0 1.085 -1.1 0.430 -3.8													
			1.776 30.4 0.679-31.4 1.518 4.8 1.050 -4.3 0.414 -7.4													
			1.366 0.3 0.989 -0.1 1.445 -0.3 1.094 -0.3 0.451 0.9													
			1.451 6.5 0.903 -8.8 1.468 1.3 1.088 -0.8 0.437 -2.2													
			1.395 2.4 1.011 2.1 1.441 -0.6 1.082 -1.4 0.443 -0.9													
			1                      2                      3                      4                      5                      6                      7													
			0.954                      0.880                      1.427                      1.504                      1.407                      0.885                      0.266													
			0.953 -0.1 0.894 1.6 1.422 -0.4 1.500 -0.3 1.406 -0.1 0.882 -0.3 0.264 -0.8													
			0.951 -0.3 0.913 3.8 1.415 -0.8 1.495 -0.6 1.406 -0.1 0.879 -0.7 0.261 -1.9													
			0.949 -0.5 0.969 10.1 1.394 -2.3 1.481 -1.5 1.402 -0.4 0.869 -1.8 0.254 -4.5													
			1.083 13.5 0.673-23.5 1.777 24.5 1.700 13.2 1.379 -2.0 0.835 -5.6 0.240 -9.8													
			0.957 0.3 0.875 -0.6 1.431 0.3 1.501 -0.2 1.400 -0.5 0.886 0.1 0.272 2.3													
			0.993 4.1 0.835 -5.1 1.511 5.9 1.549 3.0 1.408 0.1 0.876 -1.0 0.264 -0.8													
			0.973 2.0 0.905 2.8 1.454 1.9 1.514 0.7 1.388 -1.4 0.870 -1.7 0.264 -0.8													

Максимальное отклонение мощности кассеты от мелкосеточного расчета: по программе РАДУГА-5 составляет 8.8 % в кассете № 9, по программе РАДУГА-7 составляет 2.4 % в кассете No 8.

### 5.1.4 Моделирование изменения мощности реактора при ступенчатом внесении реактивности и сравнение с аналитическим расчетом

При проведении данных расчетов в качестве исходных данных использовались геометрические характеристики активной зоны установки В-320 в холодном критическом неотравленном состоянии при "нулевой" мощности активной зоны и однородной топливной загрузке. Реактивность вводилась путем изменения аксиальной утечки нейтронов (изменялась эффективная высота активной зоны). Величина вводимой реактивности определялась по программе РАДУГА. Величина доли запаздывающих нейтронов ( $\beta$ ) при проведении данных расчетов принята равной 0.00697.

Зависимость мощности реактора при внесении реактивности  $31.95\beta$  (разгон реактора на "мгновенных" нейтронах) представлена на **рис. 5.5**. Результаты расчета разгона на запаздывающих нейтронах при реактивности  $0.6963\beta$  представлены на **рис. 5.6**, при реактивности  $0.4184\beta$  - на **рис. 5.7**, при реактивности  $0.2997\beta$  - на **рис. 5.8**. Результаты расчета изменения мощности реактора при внесении отрицательной реактивности  $-0.6099\beta$  приведены на **рис. 5.9**,  $-6.333\beta$  - на **рис. 5.10**.

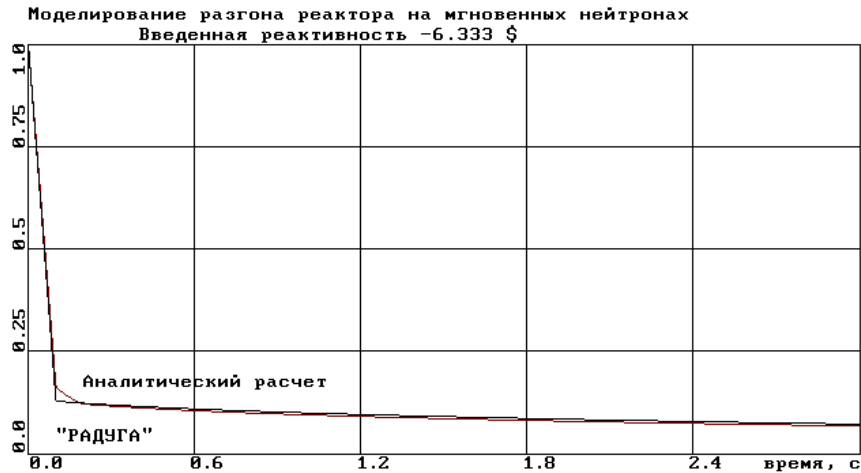


**Рис. 5.5. Реактивность  $31.95\beta$**



**Рис. 5.6. Реактивность  $0.6963\beta$**

Рис. 5.7. Реактивность  $0.4184 \beta$ Рис. 5.8. Реактивность  $0.2997 \beta$ Рис. 5.9. Реактивность  $-0.6099 \beta$



**Рис. 5.10. Реактивность  $-6.333 \beta$**

При введении положительной реактивности за рассмотренные интервалы времени ошибка в определении нейтронной мощности в активной зоне не превысила 5% как при внесении реактивности менее доли запаздывающих нейтронов, так и при внесении значительной реактивности ( $31.95\beta$ ). При внесении отрицательной реактивности ошибка в определении нейтронной мощности менее 1%.

Данные расчеты продемонстрировали, что нейтронно-физический модуль программы корректно решает уравнения кинетики при разгоне и останове реактора. Основная погрешность нейтронно-физических расчетов связана с корректностью определения коэффициентов реактивности, т.е. качеством подготовки нейтронно-физических сечений.

### 5.1.5 Верификация уравнения движения

Для верификации уравнения сохранения импульса проведен расчет поддающейся аналитическому решению задачи по программе **“TRP”** (проведение данного расчета без допущений по п/к **“РАДУГА”** невозможно).

Уравнение сохранения импульса для канала

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{f} \frac{dG}{dt} = P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} + P_{\text{нас}} - \sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2} G|G| - \rho gh$$

может быть преобразовано к виду:

$$A \frac{dG}{dt} = B^2 - G^2,$$

где:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{f}}{\sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2}} ;$$

$$B^2 = \frac{P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}} + P_{\text{нас}} - \rho gh}{\sum_{i=1}^n \frac{\xi}{2\rho f^2}} .$$

Данное уравнение при ступенчатом изменении суммарного напора на канале имеет аналитическое решение:

$$G = B \operatorname{th} \left( \frac{B}{A} \cdot t \right).$$

В нашем примере рассмотрена тестовая задача разгона теплоносителя в канале с проходным сечением  $1 \text{ м}^2$ , длиной  $1 \text{ м}$ , суммарным гидравлическим сопротивлением  $\xi = 1.0$ , плотностью теплоносителя  $1000 \text{ кг/м}^3$ , ступенчато возникающим на канале перепадом  $10^5 \text{ Па}$ .

В этом случае коэффициенты уравнения принимают следующие значения:

$$A = 2000;$$

$$B = \sqrt{2} \cdot 10^4.$$

На графике (рис. 5.11) приведено изменение расхода теплоносителя во времени. Поскольку привести на одной кривой рассчитанную по программе и рассчитанную аналитически кривые невозможно (они сливаются), на рис. 5.12 приведено изменение погрешности расчета (в %) по отношению к аналитическому расчету.

Максимальная погрешность  $0.072\%$  возникает на первом шаге интегрирования, что связано с “мгновенным” переходом от нулевого расхода и нулевой производной по расходу (нулевым ускорением) в начальный момент времени в математической модели в сравнении с “мгновенно” возникающим ускорением в аналитическом тесте. К концу переходного процесса погрешность снижается до уровня  $10^{-2} \%$ , что находится на границе точности численного расчета.

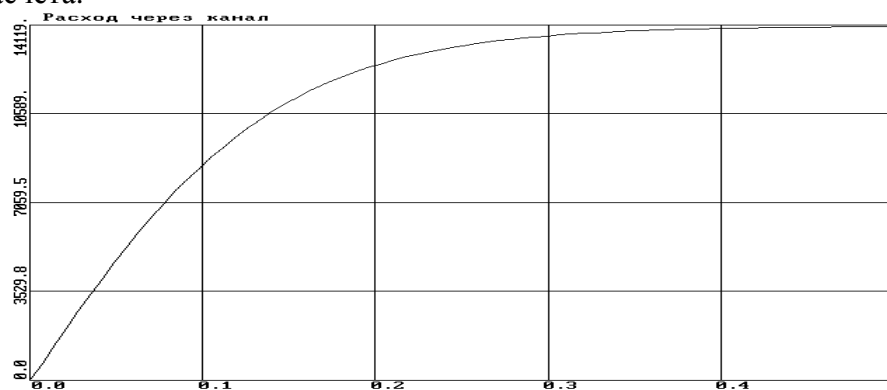


Рис. 5.11. Расход через канал

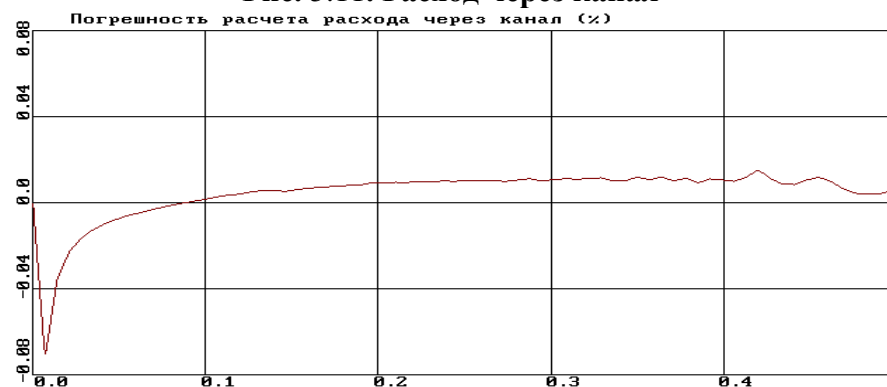


Рис. 5.12. Погрешность расчета расхода

## 5.2 Пример сравнительных верификационных расчетов с другими программами

В 1994-1995 г.г. по инициативе ОКБ ГИДРОПРЕСС была выполнена серия расчетов по обоснованию безопасности РУ В-320 в проектных аварийных режимах с наложением отказов в работе органов СУЗ.

Для достоверности результатов численного моделирования требовалось использовать программы с пространственной нейтронно-физической моделью активной зоны.

Расчеты проводились с использованием геометрических и теплогидравлических данных реакторной установки В-413 в соответствии с [46] по программам “РАДУГА” и “НОСТРА” [47], [48], [49], [50], [51], [52].

Результаты расчетов по программам были тщательно проанализированы и согласованы специалистами ОКБ ГИДРОПРЕСС, АЭП, ВНИИАЭС и МИФИ.

К сожалению, не были детально согласованы сценарии моделируемых аварий, в частности, работа турбоустановки, коэффициент теплопроводности газового зазора, способ выхода БРУ-А и БРУ-К в режим поддержания давления в ПГ, что привело к расхождению в конечном состоянии, к которому переходит ЯЭУ в некоторых режимах.

В данном отчете приводится сравнение только наиболее важных параметров, таких как:

- нейтронная и тепловая мощность;
- реактивность;
- температура теплоносителя на входе в активную зону;
- минимальный запас до кризиса теплообмена.

Более детально с материалами расчетов можно ознакомиться в работах [47], [48], [49], [50], [51], [52].

### 5.2.1 Режим выброса регулирующего органа СУЗ

На эту аварию дополнительно накладывается обесточивание АЭС и замедление скорости движения отдельных органов СУЗ при срабатывании аварийной защиты.

Подробное описание режима и исходных данных приведено в работах [46], [47], [48].

Моделировался выброс регулирующего органа СУЗ из крайнего нижнего положения за 0.1 с.

Результаты расчета нейтронной и тепловой мощности, и максимальной температуры оболочки твэлов на рисунках 5.13 и 5.14.

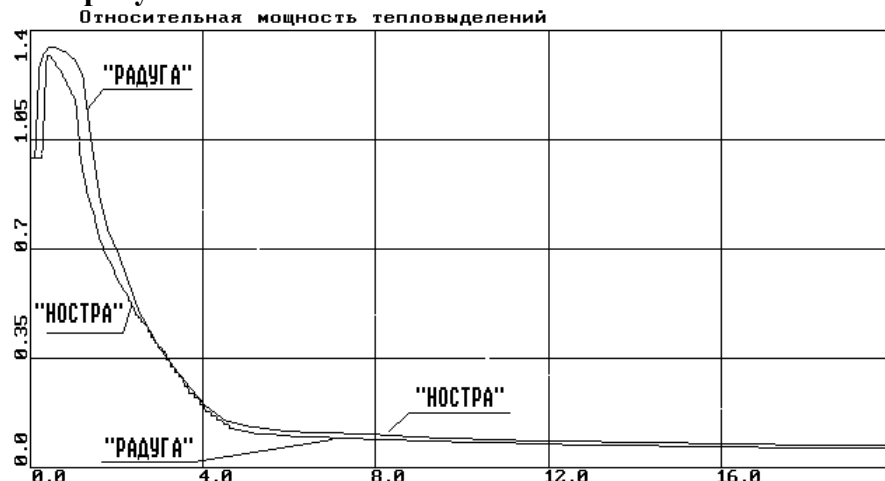


Рис. 5.13. Относительная мощность

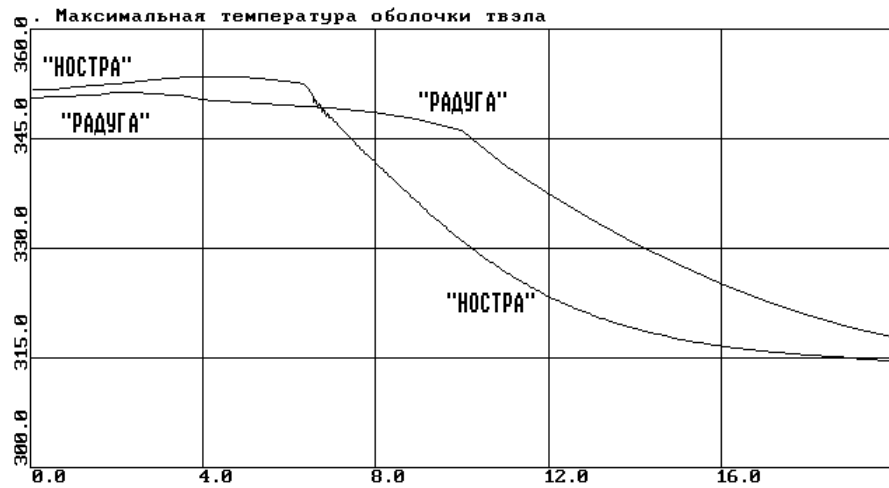


Рис. 5.14. Температура оболочки твэла

## 5.2.2 Режим потери источников переменного тока

Подробное описание режима и исходных данных приведено в работах [49], [50].

Моделировалось два варианта режима при срабатывании аварийной защиты:

- симметричная непосадка 9-ой группы органов СУЗ (6 ОР СУЗ);
- непосадка пяти рядом расположенных органов СУЗ.

Результаты расчета режима с симметричной непосадкой ОР СУЗ приведены на рисунках 5.15-5.20, с несимметричной непосадкой - на рисунках 5.21-5.25.

Рис. 5.15. Относительная мощность

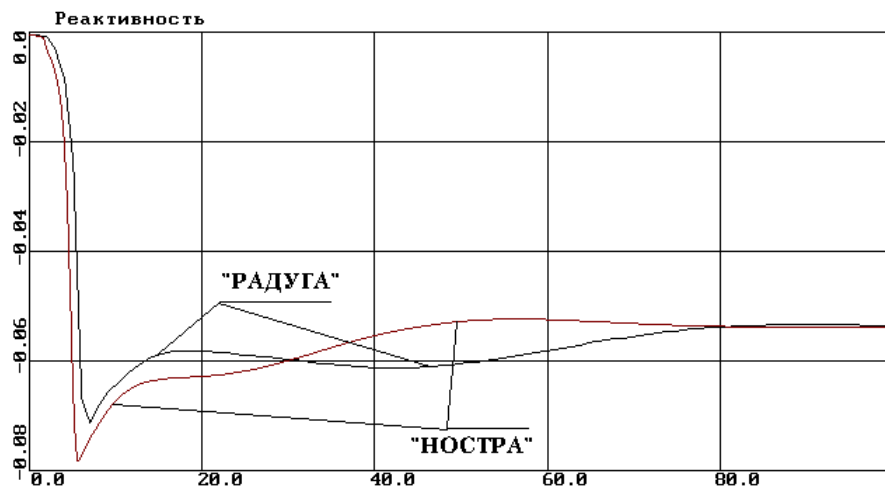


Рис. 5.16. Реактивность

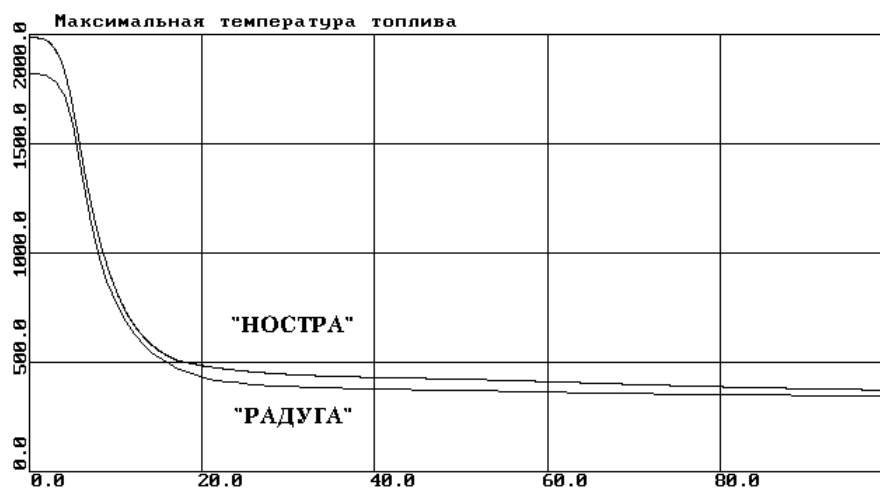


Рис. 5.17. Максимальная температура топлива



Рис. 5.18. Температура теплоносителя на входе в зону

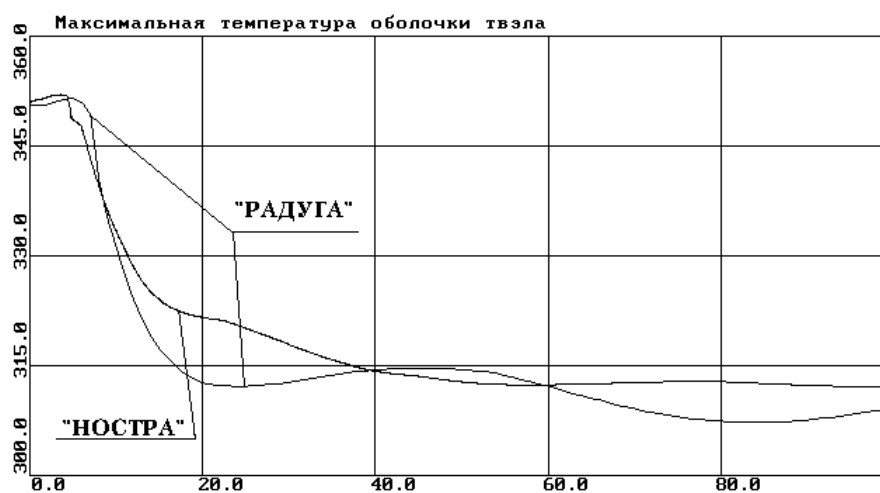


Рис. 5.19. Максимальная температура оболочки твэла

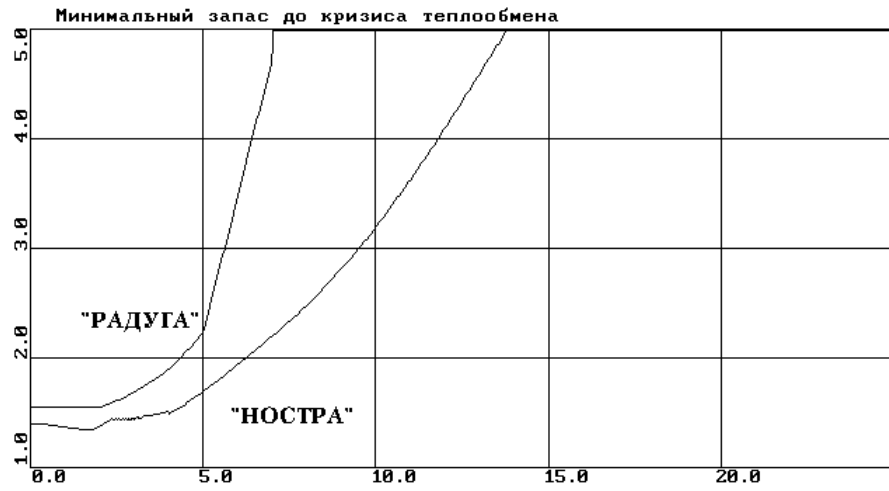


Рис. 5.20. Минимальный запас до кризиса теплообмена



Рис. 5.21. Относительная мощность

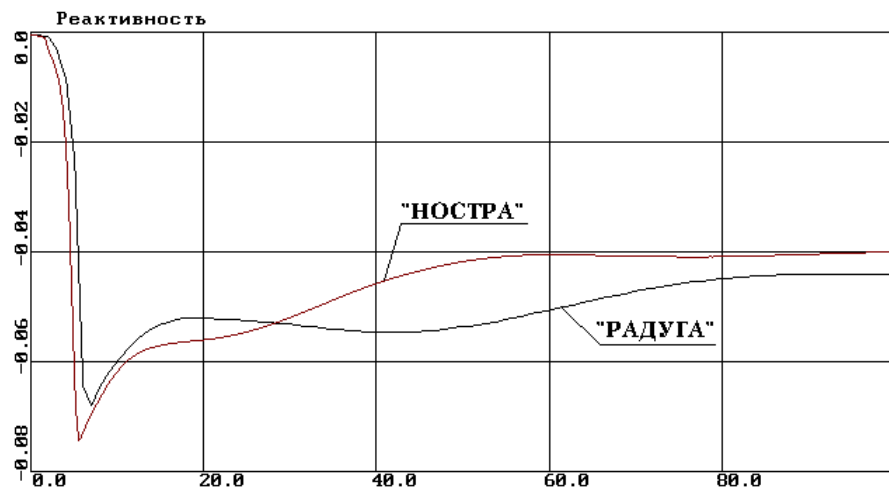


Рис. 5.22. Реактивность

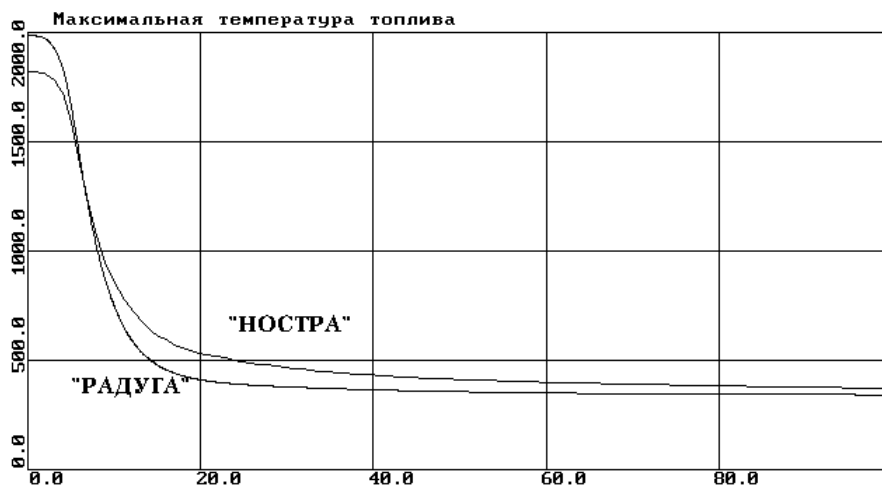


Рис. 5.23. Максимальная температура топлива

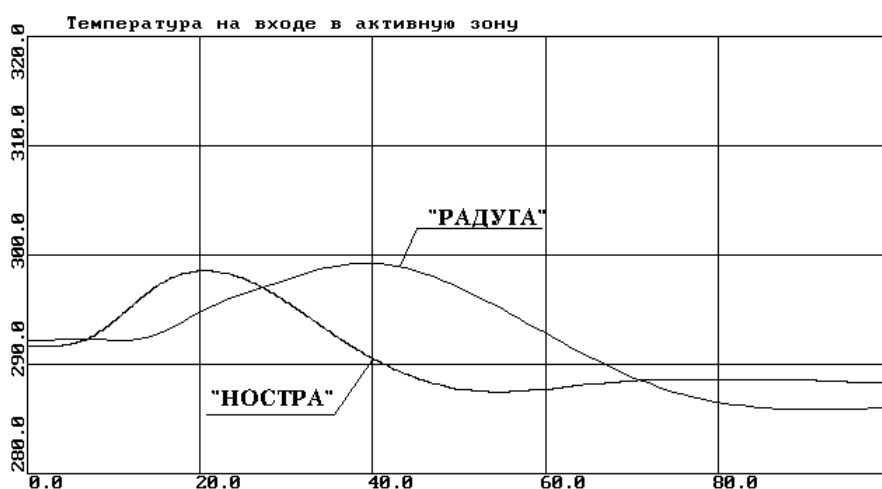


Рис. 5.24. Температура теплоносителя на входе в активную зону



Рис. 5.25. Максимальная температура оболочки твэла

Результаты расчета режима потери источников переменного тока как с симметричной, так и с несимметричной посадкой органов СУЗ, несмотря на задание различного алгоритма работы БРУ-А и времени отключения турбогенератора, демонстрируют хорошее совпадение результатов расчета по программам "РАДУГА" и "НОСТРА".

### 5.3 Пример сравнения с экспериментами на стендах

#### 5.3.1 Моделирование малых течей из первого контура реакторной установки по результатам экспериментов на венгерском стенде РМК-NVH

Верификация теплогидравлического модуля п/к "РАДУГА" проводилась на базе данных, полученных на экспериментальной установке РМК-NVH (Венгрия) (моделируется одна петля АЭС Пакш с реактором ВВЭР-440). На этой установке проводилась серия экспериментов для верификации программ, предназначенных для расчета аварий "малая течь из первого контура". По п/к "РАДУГА" проведено моделирование двух режимов:

- SPE-2 - течь из холодной нитки с учетом работы одной системы впрыска высокого давления и двух гидроемкостей САОЗ, эквивалентный диаметр течи составляет  $4,47 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ ;

- SPE-3 - течь из первого контура во второй в результате разрыва напорного коллектора парогенератора с учетом работы двух систем впрыска высокого давления и двух гидроемкостей САОЗ, эквивалентный диаметр течи составляет  $2,67 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ .

Установка РМК-NVH [53] (рис. 5.26) состоит из сосуда, имитирующего реактор (АЗ) и одной петли, включающей компенсатор объема (КО), циркуляционный насос (ГЦН) и объем, имитирующий опускной участок реактора (ОУ). Активная зона реактора имитируется 19 стержнями, обогреваемыми электричеством. Установка снабжена системой впрыска высокого давления и двумя гидроемкостями САОЗ (ГЕ1 и ГЕ2). Одна гидроемкость связана с верхним объемом реактора, вторая - с опускной камерой. Циркуляционный насос имеет байпасную линию, выбег ГЦН моделируется путем закрытия задвижек на линии насоса и открытием задвижки на байпасной линии при постоянных оборотах ротора насоса.

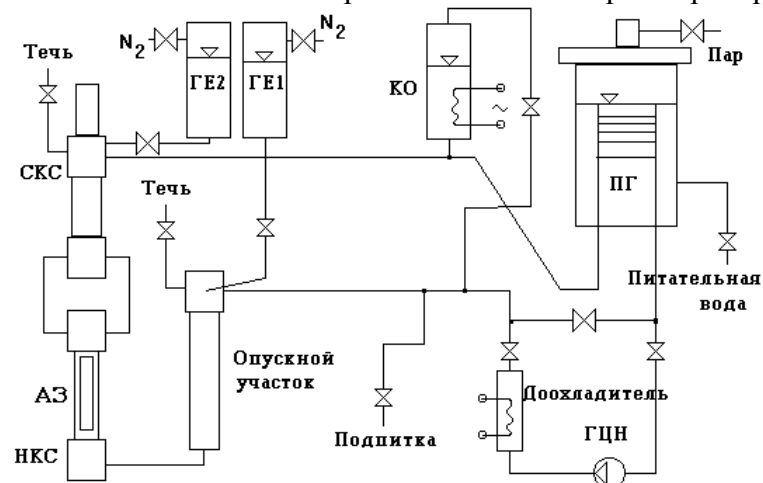


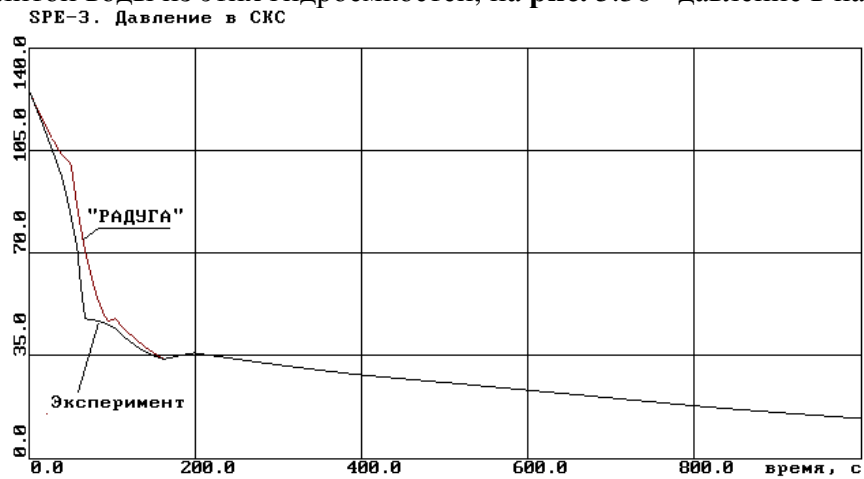
Рис. 5.26. Тепловая схема стенда РМК-NVH

Поскольку в п/к "РАДУГА" моделирование байпасной линии не предусмотрено, характеристики насоса задавались путем подбора напора насоса в зависимости от времени.

#### 5.3.2 Моделирование режима SPE-3

Результаты моделирования режима скомпенсированной течи из первого контура во второй представлены на рисунках 5.27-5.36. На рис. 5.27 представлено изменение давления в первом контуре, на рис. 5.28 - расхода теплоносителя первого контура, на рис. 5.29 - расход течи из первого контура во второй, на рис. 5.30 и 5.31 - температуры, соответственно, на

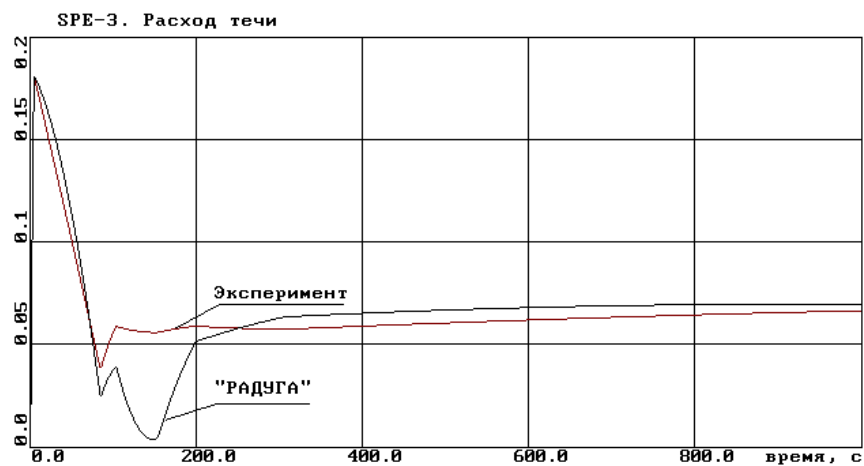
входе и выходе из парогенератора, на **рис. 5.32** и **5.33** - давление в ГЕ1 и ГЕ2, на **рис. 5.34** и **5.35** - масса вылитой воды из этих гидроемкостей, на **рис. 5.36** - давление в парогенераторе.



**Рис. 5.27.** Давление в сборной камере смешения



**Рис. 5.28.** Расход через имитатор активной зоны



**Рис. 5.29.** Расход течи

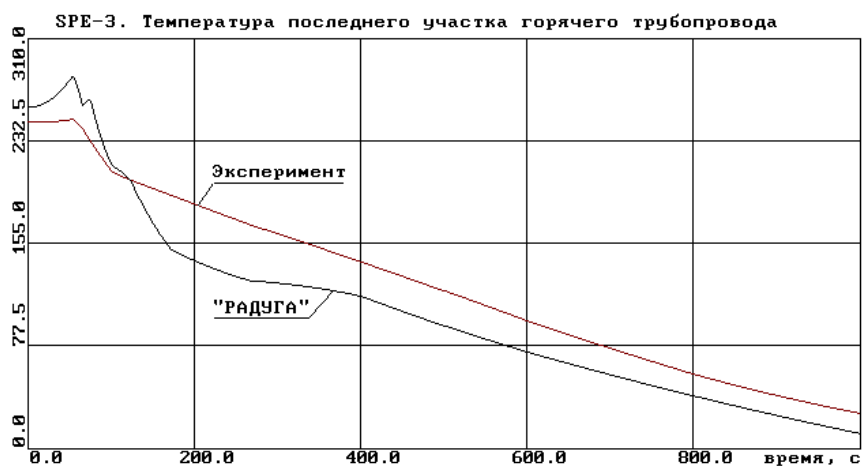


Рис. 5.30. Температура теплоносителя на входе в теплообменник



Рис. 5.31. Температура теплоносителя на выходе из теплообменника

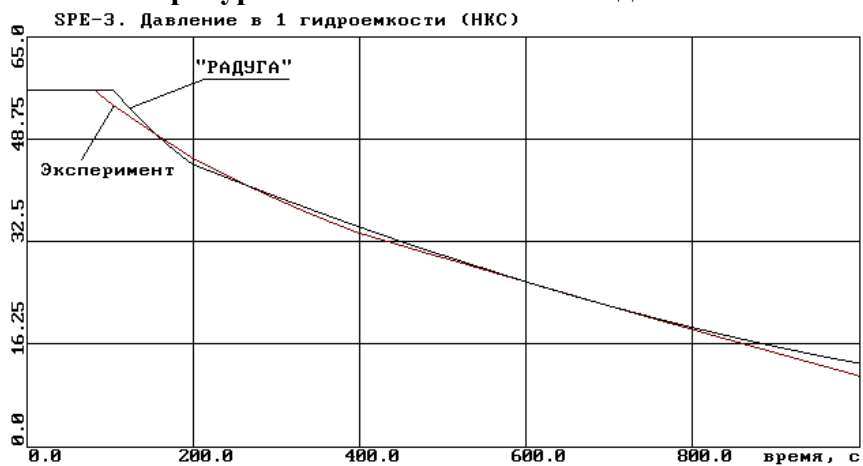


Рис. 5.32. Давление в 1-ой гидроемкости

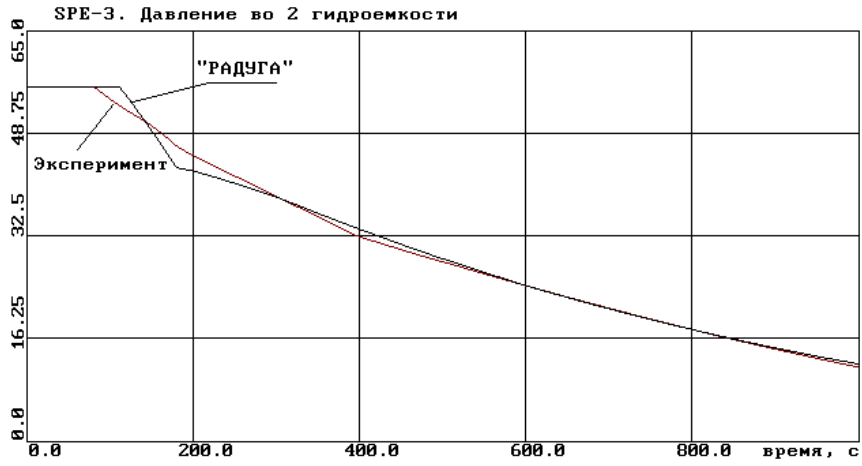


Рис. 5.33. Давление во 2-ой гидроемкости



Рис. 5.34. Объем воды, вылитый из 1-ой гидроемкости

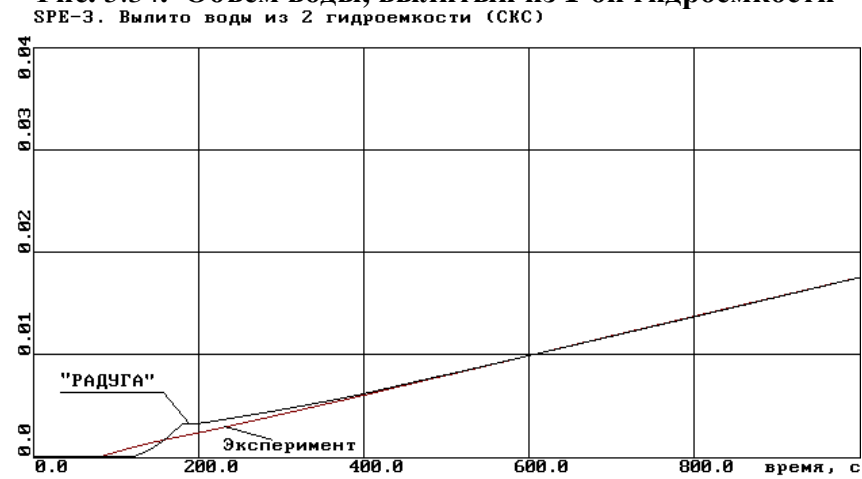


Рис. 5.35. Объем воды, вылитый из 2-ой гидроемкости



**Рис. 5.36.** Давление в парогенераторе

При моделировании процессов в режиме SPE-3 получено хорошее как качественное, так и количественное согласование расчетных результатов с результатами эксперимента. Конечное состояние, в которое переходит экспериментальная установка через 1000 секунд процесса, моделируется п/к "РАДУГА" с хорошей степенью точности. Наблюдается отклонение на 5 °С температуры горячего трубопровода, пропорциональное отклонению в определении общеконтурного расхода. Давление в первом и втором контуре в эксперименте и расчете практически идентичны.

## 5.4 Примеры моделирования реальных экспериментов на АЭС

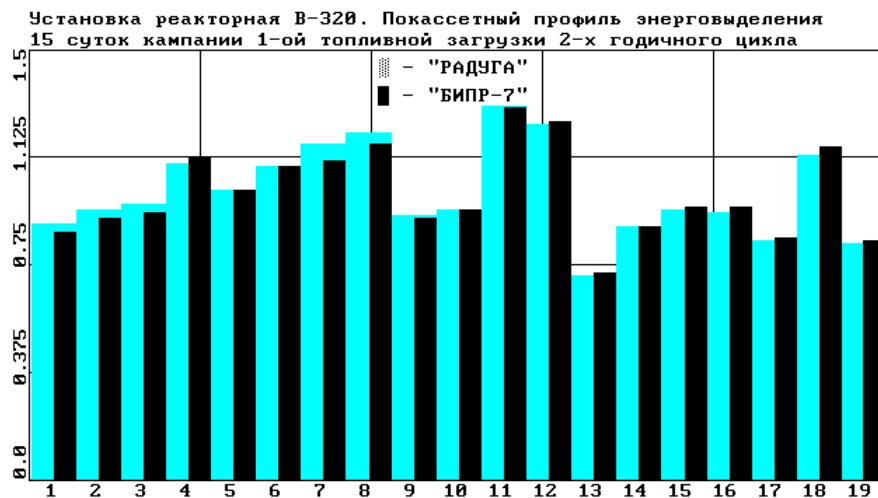
### 5.4.1 Моделирование экспериментов, проведенных на блоке N3 Ровенской АЭС

Целью данного расчета являлась демонстрация возможностей п/к "РАДУГА" при моделировании эксплуатационных режимов реакторных установок типа В-320.

Энерговыведение в активной зоне рассчитывалось путем решения двухгруппового диффузионного уравнения нейтронной кинетики.

Эксперимент на блоке N3 Ровенской АЭС проводился на момент 14.8 эффективных суток второй топливной загрузки двухгодичного топливного цикла.

Сопоставление покассетного профиля энерговыведения на 15 и 235 эффективных суток первой топливной загрузки приведено на **рис. 5.37** и **рис. 5.38**.



**Рис. 5.37.** Начало кампании

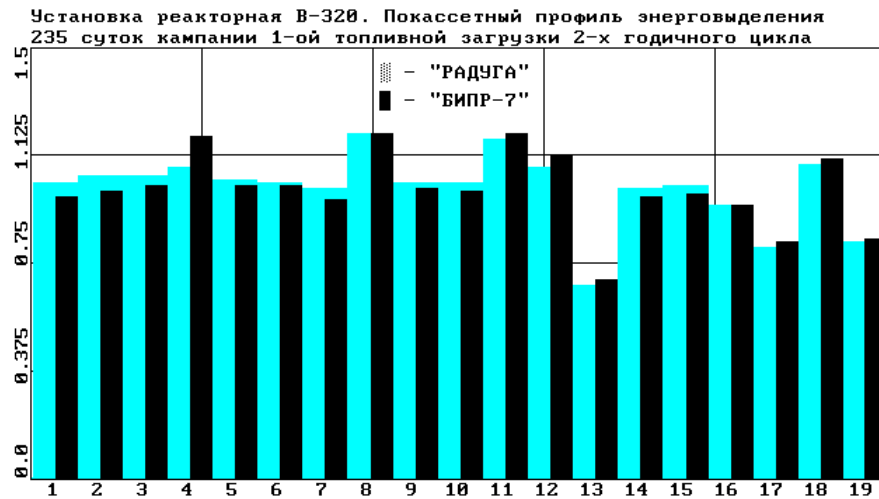


Рис. 5.38. Конец кампании

В качестве исходных данных при проведении данного расчета приняты проектные характеристики РУ В-320.

Работа регулятора расхода пара на турбоустановку имитировалась заданием зависимости расхода пара на турбоустановку от давления в общем паровом коллекторе для согласования с результатами эксперимента:

- при давлении в ОПК 64 атм полагался номинальный расход пара на турбину;
- при снижении давления в ОПК до 62 атм расход снижается до 700 кг/с.

Выбег одного насоса из четырех задан по проектным данным.

Расход питательной воды в парогенераторы определялся по условию отклонения от номинального уровня линейно. При повышении уровня на 150 мм по отношению к номинальному прекращалась подача питательной воды.

#### 5.4.2 Режим обесточивания одного ГЦН из четырех работающих

При проведении эксперимента блок был разгружен с номинального уровня мощности до уровня порядка 62% за 80 секунд. В соответствии с этим, при расчете данного режима работа регулятора мощности моделировалась заданием снижения нейтронной мощности с номинального до 62% линейно за 80 секунд с точностью 0.5%.

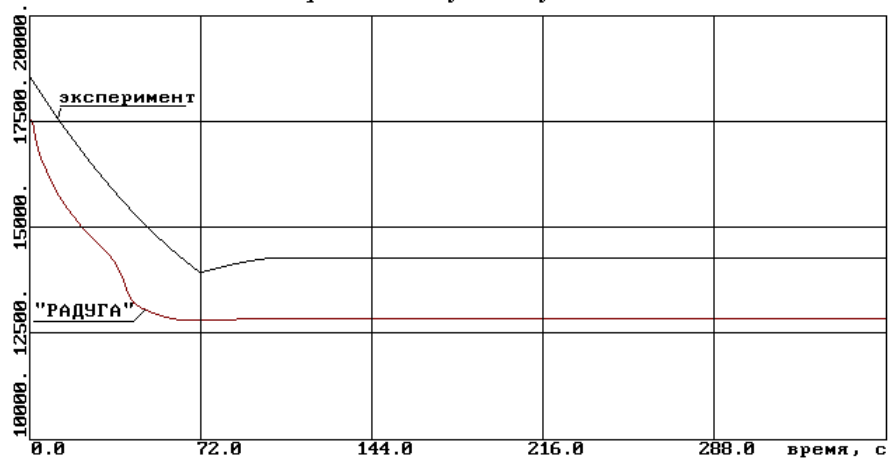
Снижение мощности осуществлялось путем введения в зону 10-ой регулирующей группы со скоростью 2 см/с, если текущий уровень мощности отличался от заданного более чем на 0.5%.

Работа регулятора расхода пара на турбину и регулятора расхода питательной воды описаны выше. Никаких других возмущающих воздействий на установку не производилось.

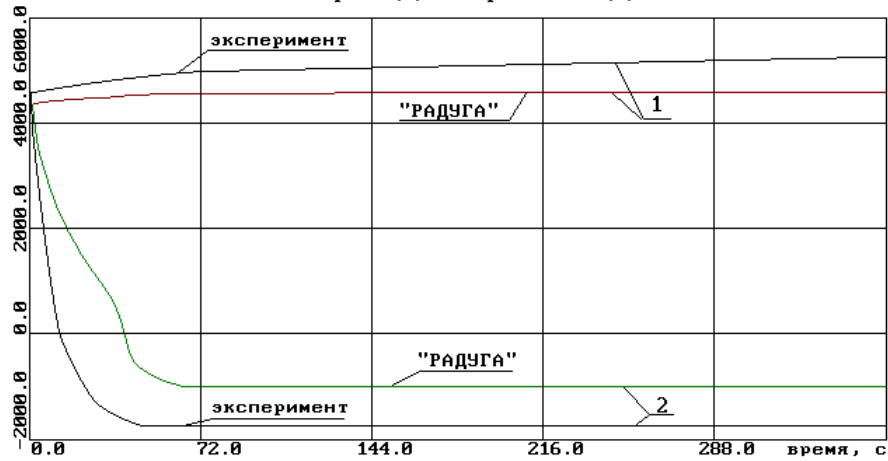
Расчет проводился до начала выхода установки в установившийся режим. В реальном эксперименте после 160 секунды особенности работы АСУ-ТП привели к последующей разгрузке блока. Поскольку п/к "РАДУГА-5" не содержит блок, моделирующий функционирование АСУ ТП, расчет для времени более 160 с не производился. Результаты расчета представлены на рисунках 5.39-5.48.



**Рис. 5.39. Относительная нейтронная мощность**  
Расход через активную зону



**Рис. 5.40. Расход через активную зону**  
Расход теплоносителя первой (1) и второй петли (2)



**Рис. 5.41. Расход теплоносителя по петлям**

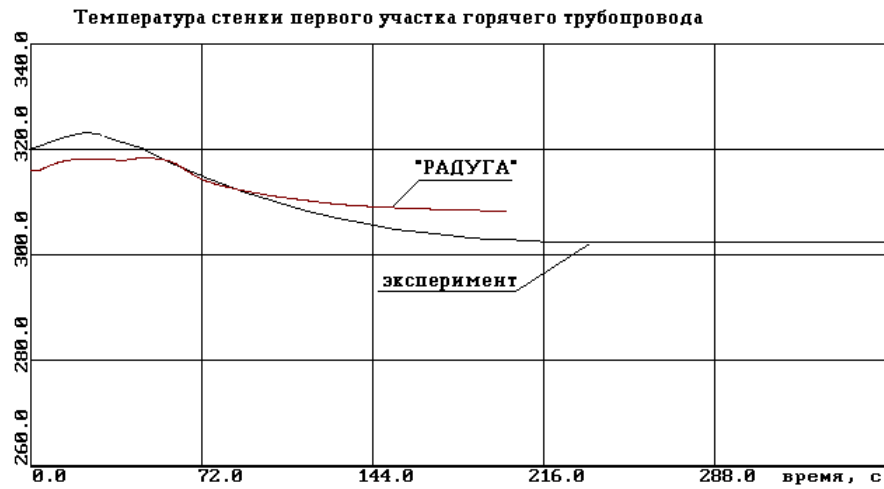


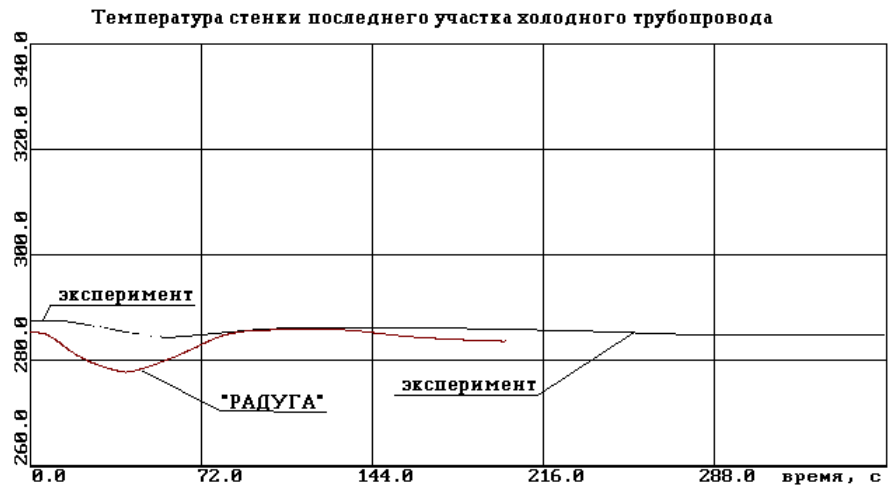
Рис. 5.42. Температура стенки горячего трубопровода 1-ой петли



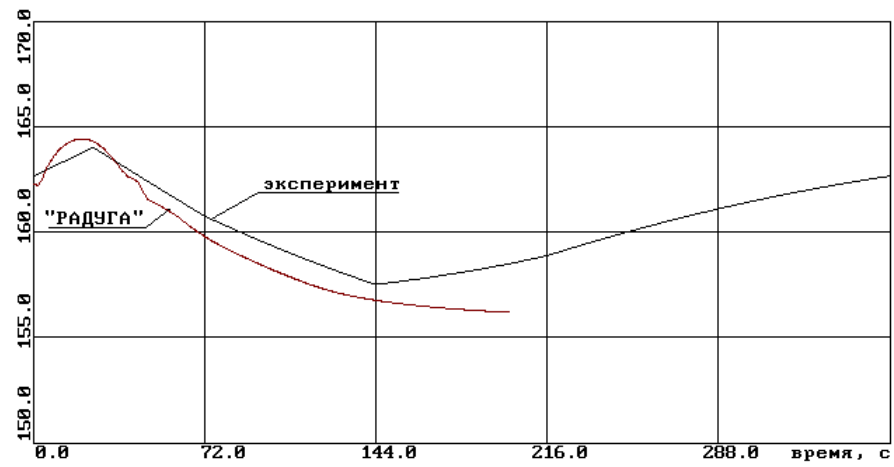
Рис. 5.43. Температура стенки горячего трубопровода 2-ой петли



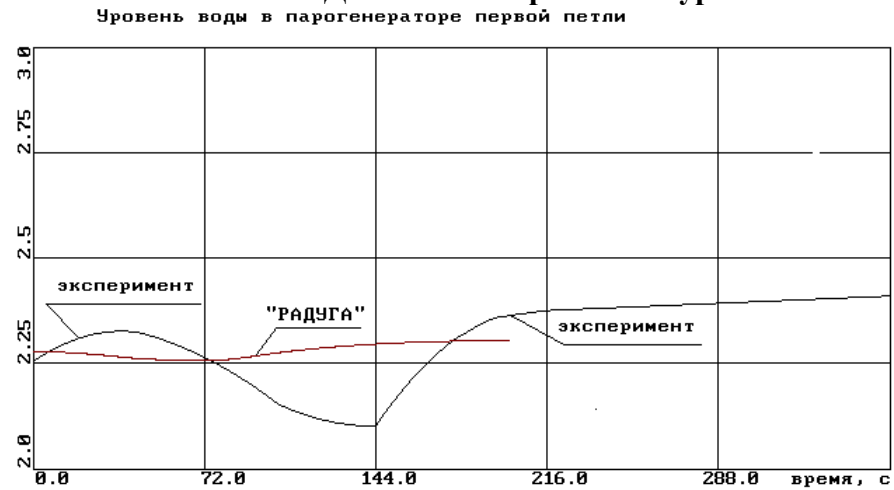
Рис. 5.44. Температура стенки холодного трубопровода 1-ой петли



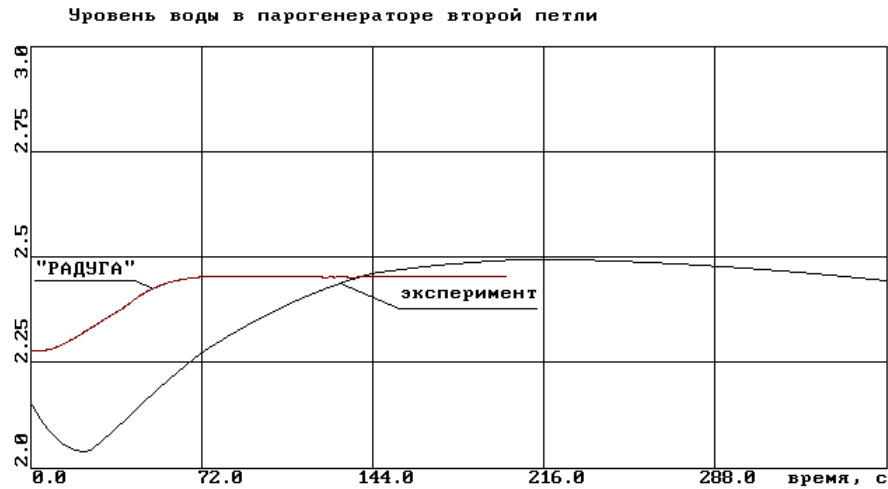
**Рис. 5.45. Температура стенки холодного трубопровода 2-ой петли**  
Давление в первом контуре



**Рис. 5.46. Давление в первом контуре**



**Рис. 5.47. Уровень воды в парогенераторе 1-ой петли**



**Рис. 5.48. Уровень воды в парогенераторе 2-ой петли**

### 5.4.3 Моделирование эксперимента по возбуждению аксиальных ксеноновых колебаний на 1-ом блоке Волгодонской (Ростовской) АЭС

<sup>2</sup> В процессе подготовки программного комплекса (п/к) РАДУГА/RAINBOW-7.3 к аттестации была выполнена работа по моделированию переходных процессов, связанных с изменением концентрации  $Xe^{135}$  при аксиальных ксеноновых колебаниях. Проводилось сравнение с экспериментальными данными, полученными на 1-ом блоке Волгодонской АЭС.

Программный комплекс РАДУГА/RAINBOW-7.3 предназначен для моделирования динамических процессов в реакторных установках с реакторами типа ВВЭР с учетом трехмерной двухгрупповой модели активной зоны реактора. П/к РАДУГА/RAINBOW-7.3 входит в состав полномасштабного моделирующего комплекса РАДУГА-ЭУ, позволяющего производить полномасштабное моделирование как динамики энергоблока АЭС с реакторами типа ВВЭР, так и динамики энергоблоков тепловых электростанций. Подробное описание структуры программного комплекса РАДУГА-ЭУ и входящих в него программ приведено в [28].

Во ФГУП «Атомэнергопроект» в рамках подготовки п/к РАДУГА-ЭУ к аттестации была создана полномасштабная модель энергоблока Ростовской (Волгодонской) АЭС, включающая в себя модель реакторной установки, модель систем водообмена реакторного отделения и модель турбинного отделения, а также модель АСУ ТП реакторного и турбинного отделений. Библиотека нейтронно-физических сечений подготовлена по аттестованному ГАН РФ программному комплексу САПФИР-95. Результаты верификации качества библиотеки нейтронно-физических сечений представлены в верификационном отчете [58] и будут доложены на данном семинаре.

Эксперименты по возбуждению «свободных» аксиальных ксеноновых колебаний были проведены на 1-ом блоке Волгодонской АЭС на этапе опытно-промышленной эксплуатации при выгорании первой топливной загрузки 61,0...64,5 эффективных суток [54].

Параметры РУ на момент начала эксперимента приводятся в таблице 5.1.

<sup>2</sup> Данный раздел является докладом, представленном на семинаре «Нейтроника-2004»: «Моделирование эксперимента по возбуждению аксиальных ксеноновых колебаний на 1-ом блоке Волгодонской АЭС». Авторы: Жильцов Д.А., Кавун О.Ю., Стефанов А.А, Ходаковский В.В. - ФГУП «Атомэнергопроект», Кряквин Л.В., Терешонок В.А., Питилимов В.А. – ОАО «ВНИИАЭС»

Таблица 5.1 - Параметры РУ на момент начало эксперимента

Параметр	Значение
T, эфф. сут.	61,0...64,5
$N_T, \% N_{НОМ}$	73,5±1
$H_{10}, \%$	81,5

В течение 30-ти минут с момента начала эксперимента при неизменной мощности реактора рабочая группа ОР СУЗ была погружена на глубину  $H_{10}=60\%$ . При этом постоянная мощность реактора обеспечивалась с помощью ввода в контур чистого конденсата. После выдержки в течение 4 часов в положении 60% 10-ая группа ОР СУЗ при неизменной мощности реактора за время 1 час 15 минут была извлечена до положения 80%. При этом постоянная мощность реактора обеспечивалась с помощью ввода в первый контур борного раствора. В дальнейшем в ходе эксперимента положение ОР СУЗ не изменялось. Мощность реактора поддерживалась на уровне  $72\pm 1\%$ . Общее время эксперимента составило примерно 114 часов.

Моделирование ксеноновых колебаний выполнялось на полномасштабной модели первого блока Ростовской АЭС по п/к РАДУГА-ЭУ (в состав модели энергоблока входили модели реакторной установки, систем водообмена первого контура и турбоустановки) и в квазистационарном приближении по программе ДЕСНА-7.3 (нейтронно-физический модуль п/к РАДУГА/RAINBOW-7.3). Следует подчеркнуть, что динамические и квазистационарные расчеты были выполнены по одной и той же трехмерной программе расчета активной зоны с соблюдением практически идентичных граничных условий и исходных данных, включая библиотеку нейтронно-физических сечений.

Первые же расчетные эксперименты по моделированию «свободных» аксиальных ксеноновых колебаний показали, что период колебаний аксиального офсета по п/к РАДУГА-ЭУ соблюдается с хорошей точностью, при этом наблюдается существенно больший декремент затухания колебаний, чем в эксперименте.

Моделирование тех же процессов в квазистационарном приближении по программе ДЕСНА-7.3 выявило, кроме того, значительное расхождение периода аксиальных ксеноновых колебаний в сравнении с экспериментом и результатами расчетов по полномасштабной модели энергоблока АЭС.

На рисунке 5.49 представлено сопоставление изменения аксиального офсета, полученного при проектных характеристиках активной зоны по программам ДЕСНА-7.3 и РАДУГА-ЭУ в сравнении с экспериментальными данными. Кривая 1 – экспериментальные данные, кривая 2 – расчет по полномасштабной модели энергоблока АЭС, 3 – квазистационарный расчет по программе ДЕСНА-7.3.

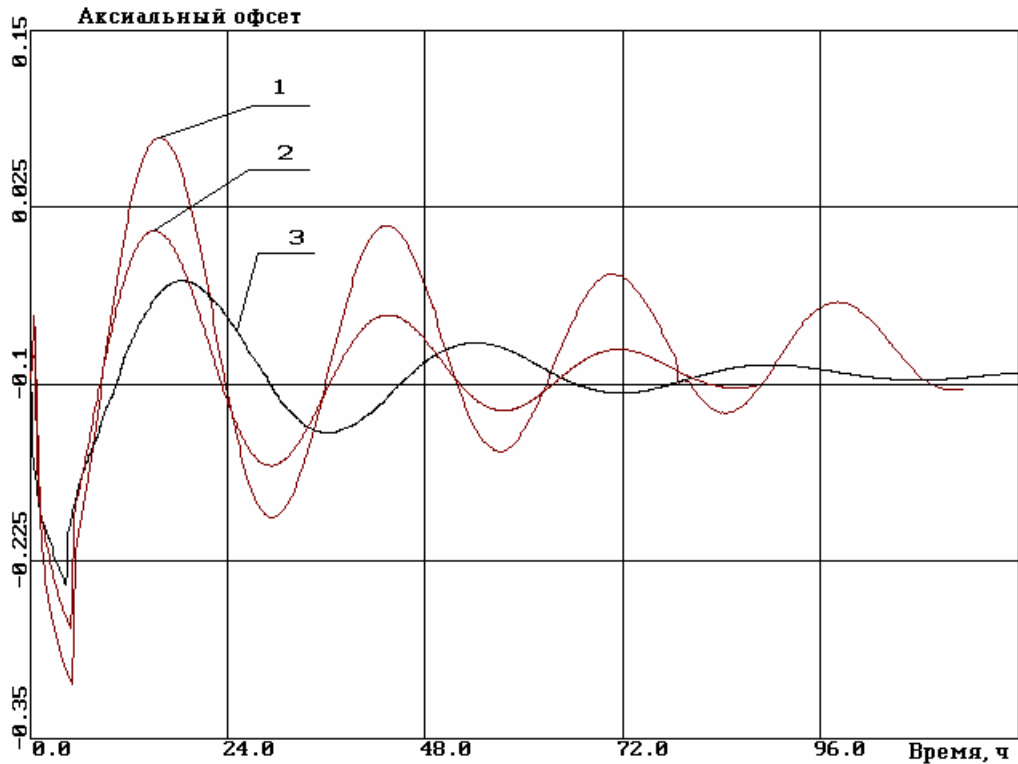


Рис. 5.49

Основное отличие между экспериментальными и расчетными данными по полномасштабной модели заключается в существенном различии величины амплитуды и скорости затухания колебаний, при этом период колебаний хорошо согласуется.

В расчетах в квазистационарном приближении наблюдается, кроме того, рассогласование периода колебаний.

Для выявления причин расхождений была выполнена серия расчетов, в которых варьировались следующие параметры:

- величина коэффициента реактивности по плотности теплоносителя;
- величина коэффициента реактивности по температуре топлива.

Для изучения влияния коэффициента реактивности по плотности теплоносителя на ксеноновые колебания, отклонение плотности теплоносителя от среднего текущего расчетного значения в программе было представлено следующим выражением:

$$\rho_{\text{расч}} = \rho + k \cdot (\rho_{\text{тек}} - \rho),$$

где

$\rho_{\text{расч}}$  – плотность, по которой производится расчет нейтронно-физических сечений;

$\rho$  – средняя расчетная плотность теплоносителя в активной зоне;

$\rho_{\text{тек}}$  – плотность теплоносителя в текущем расчетном узле активной зоны;

$k$  – коэффициент, с помощью которого задается неравномерность плотности теплоносителя (при  $k = 1$  - используется реальное расчетное распределение плотности теплоносителя в активной зоне, при  $k = 0$  - во всех узлах активной зоны плотность теплоносителя равняется ее среднему значению в активной зоне).

Таким образом, при  $k = 1$  пространственный плотностной коэффициент реактивности в активной зоне соответствует реальному расчетному значению, а при  $k = 0$  - он становится

равным 0, т.е. не влияет на ксеноновые колебания. На рисунке 5.50 представлены результаты расчета ксеноновых колебаний по программе ДЕСНА-7.3 при различных значениях  $k$ .

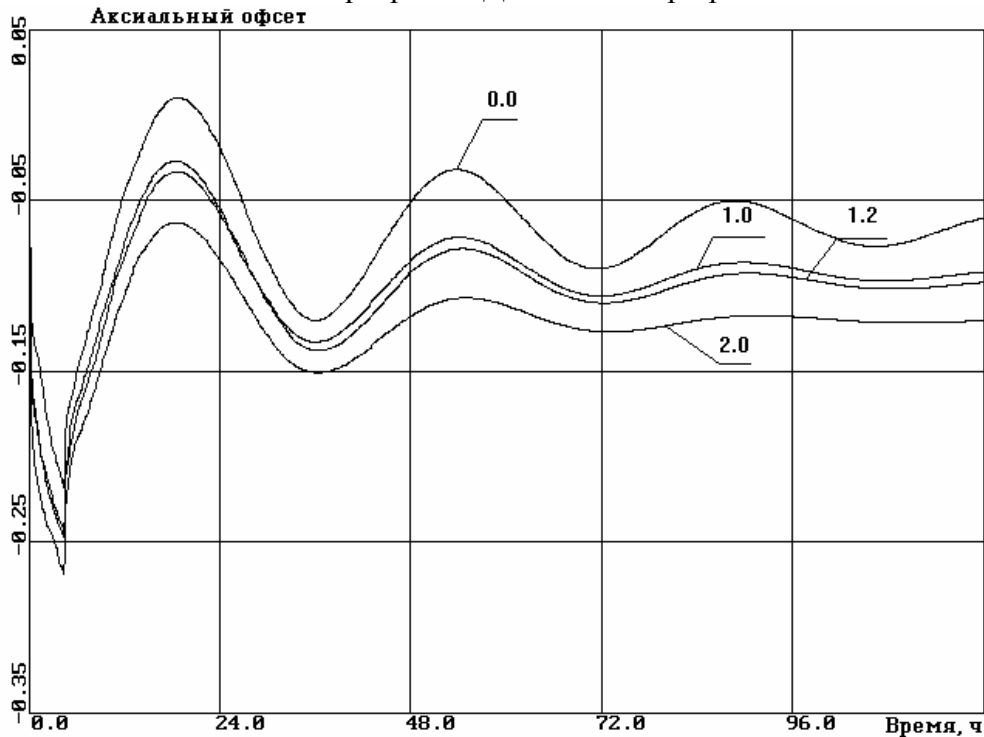


Рис. 5.50

Из результатов моделирования, представленных на рисунке 5.50 следует, что плотностной коэффициент реактивности влияет на амплитуду и величину затухания ксеноновых колебаний, однако даже при отсутствии ( $k = 0$ ) пространственной зависимости плотностного коэффициента реактивности величина затухания ксеноновых колебаний выше, чем в экспериментальных данных, представленных на рисунке 5.49.

Для изучения влияния коэффициента реактивности по температуре топлива на ксеноновые колебания, отклонение температуры топлива от среднего текущего расчетного значения в программе было представлено следующим выражением:

$$T_{\text{расч}} = \bar{T} + k \cdot (T_{\text{тек}} - \bar{T}),$$

где

$T_{\text{расч}}$  – температура топлива, по которой производится расчет нейтронно-физических сечений;

$\bar{T}$  – средняя расчетная температура топлива в активной зоне;

$T_{\text{тек}}$  – температура топлива в текущем расчетном узле активной зоны,

$k$  – коэффициент, с помощью которого задается неравномерность температуры топлива (при  $k = 1$  - используется реальное расчетное распределение температуры топлива в активной зоне, при  $k = 0$  - во всех узлах активной зоны температура топлива равняется ее среднему значению в активной зоне).

На рисунке 5.51 представлены результаты расчета ксеноновых колебаний по программе ДЕСНА-7.3 при  $k = 1$  и при  $k = 0.5$ .

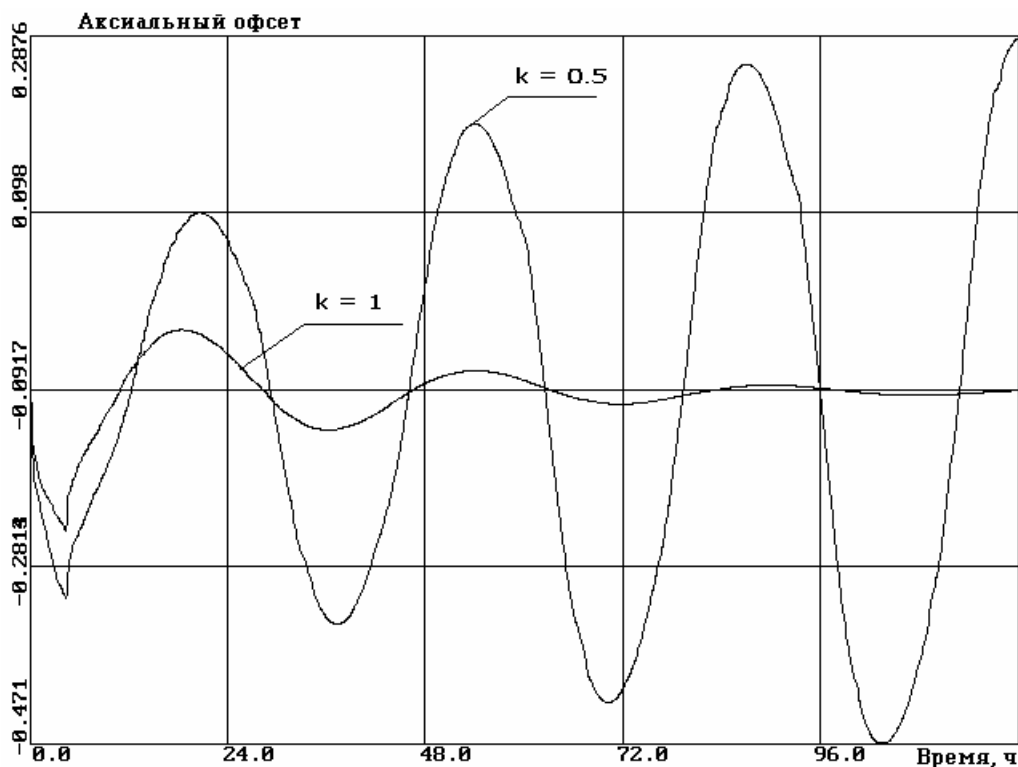


Рис. 5.51

Из рисунка 5.51 следует, что изменение коэффициента реактивности по температуре топлива в пространстве активной зоны существенным образом влияет на амплитуду ксеноновых колебаний.

При  $k = 0.5$ , т.е. при снижении пространственной зависимости температурного коэффициента реактивности приблизительно в два раза, ксеноновые колебания становятся расходящимися.

Таким образом, основным фактором, определяющим затухание ксеноновых колебаний, является пространственное распределение температуры топлива в зависимости от локальной мощности.

При заданной локальной мощности температура топлива определяется, в основном, двумя факторами:

- величиной теплопроводности топлива;
- величиной проводимости газового зазора между топливной таблеткой и оболочкой.

Анализ показал, что в различных литературных источниках разброс данных о теплопроводности топлива от температуры и глубины выгорания топлива невелик.

Однако в тех же источниках имеется существенный разброс данных по величине проводимости газового зазора в твэлах. Проанализировав опубликованные данные по проводимости газового зазора в твэлах реактора ВВЭР-1000, было выполнено четыре варианта расчета, в которых использовались различные зависимости проводимости зазора от линейной тепловой нагрузки на твэл.

В первом и во втором варианте расчета использовались зависимости проводимости зазора, соответствующей максимальному и среднему зазору из поля допусков размеров топливной таблетки, от линейной плотности энерговыделения, представленные в [55].

Третий вариант расчета проводился с использованием данных, представленных в [56]. Данные для варианта 4 приведены в соответствии с [57].

В таблице 5.2 приведены использовавшиеся в вариантах расчета зависимости проводимости зазора от линейного теплового потока.

Таблица 5.2 - Зависимость проводимости зазора от теплового потока, Вт/(м<sup>2</sup>·°С)

Номер варианта	Линейный тепловой поток, Вт/см								
	0,0	100,0	135,0	200,0	210,0	300,	396,0	400,0	450,0
1	1750,0	2240,0	2411,5	2730,0	2809,0	3520,0	4470,4	4510,0	5110,0
2	2657,1	2800,0	2850,0	3283,3	3350,0	4300,0	5350,0	5413,0	6200,0
3	2800,0	3400,0	3610,0	4000,0	4080,0	4800,0	5760,0	5800,0	6600,0
4	1900,0	2800,0	3150,0	3800,0	3940,0	5200,0	6928,0	7000,0	8400,0

Примечание - Данные для варианта 4 приведены для справки согласно [57].

На рисунке 5.52 приведены зависимости измеренного аксиального офсета по восстановленному полю энерговыделения, а также рассчитанные по ПК «Радуга-7.3».

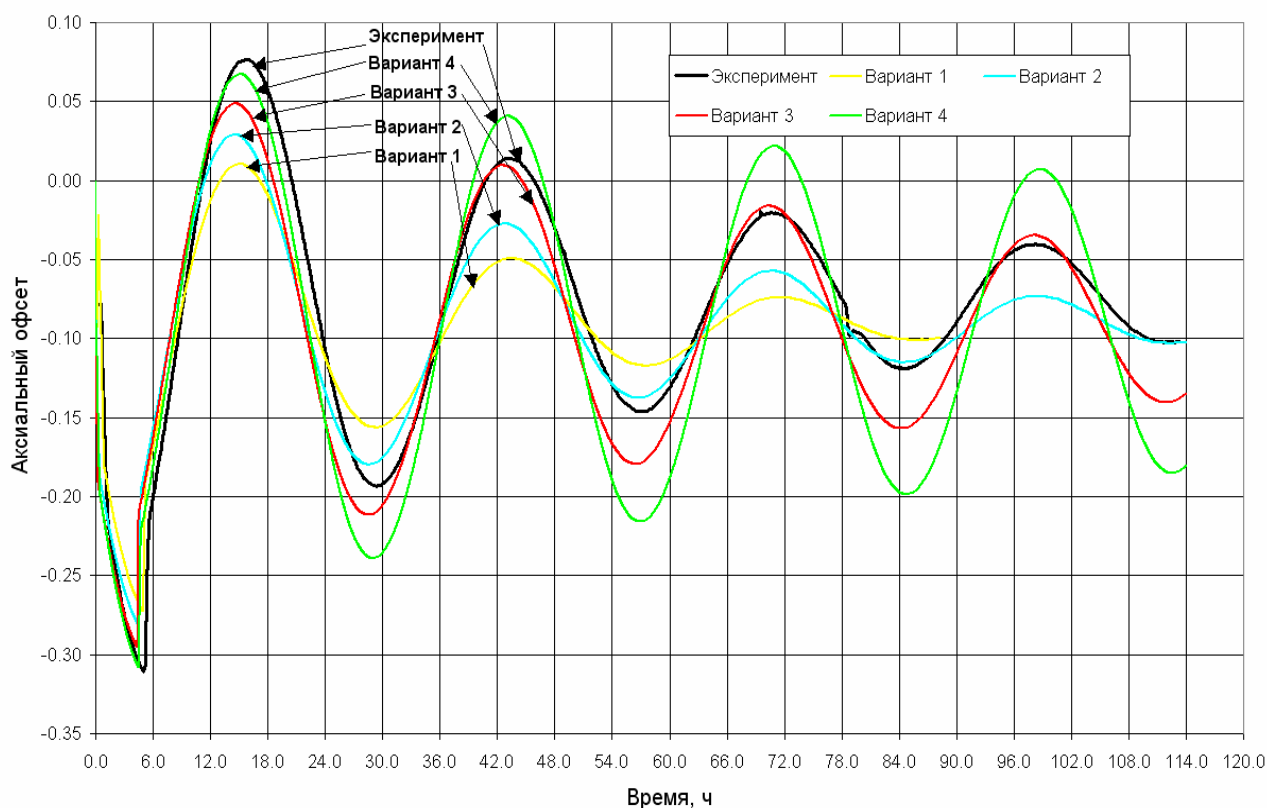


Рис. 5.52

Сравнение экспериментальных и расчётных характеристик ксеноновых колебаний приводится в таблице 5.3.

Таблица 5.3

	Характеристика	
	Период колебаний, $T_{\text{хе}}, \text{ч}$	Постоянная времени затухания, $\tau_{\text{хе}}, \text{ч}$
Эксперимент	$27,5 \pm 0,5$	$56,3 \pm 2,74$
Вариант 1	28,3	31,2
Вариант 2	28,0	43,8
Вариант 3	27,8	91,3
Вариант 4	27,9	171,8

Таким образом, показано определяющее влияние неопределенности исходных данных по проводимости газового зазора на характеристики ксеноновых колебаний. При этом экспериментально измеренные характеристики ксеноновых колебаний соответствуют таким теплофизическим параметрам твэла, которые находятся в середине поля неопределенности проводимости его газового зазора.

Причину наблюдающегося отличия периода ксеноновых колебаний, полученного при расчетах по стационарной (35 часов) и нестационарной модели (28 часов), предполагается выяснить при проведении дальнейших исследований.

По результатам работы по моделированию «свободных» аксиальных ксеноновых колебаний можно сделать следующие выводы:

- Определяющим фактором, влияющим на затухание аксиальных ксеноновых колебаний является пространственный эффект реактивности по температуре топлива.
- Показано определяющее влияние неопределенности исходных данных по проводимости газового зазора на характеристики ксеноновых колебаний.
- Эксперименты по возбуждению «свободных» ксеноновых колебаний могут быть использованы для оценки величины проводимости газового зазора.
- Применение твэлов с повышенной теплопроводностью топлива и с высокой проводимостью газового зазора может привести к проблемам, связанным с подавлением ксеноновых колебаний.
- Остается невыясненной причина отличия периода ксеноновых колебаний при расчетах по квазистационарной и нестационарной методикам.

### **Какой же основной вывод можно сделать из представленных верификационных примеров?**

1. Современные программные комплексы позволяют вполне корректно моделировать динамические процессы в оборудовании ЯЭУ в допустимой для них области применения.
2. Как правило, программные продукты, предназначенные для моделирования процессов в близких областях применения, позволяют получить весьма близкие результаты.
3. Погрешность (точнее отклонение) результатов, полученная по различным программам, как правило, меньше, чем отклонение расчетных результатов от экспериментальных данных.

Это обусловлено тем, что решение собственно систем дифференциальных уравнений, описывающих физические процессы в оборудовании, выполняется достаточно точно (это видно из раздела верификации, где производится сравнение расчетов по программам с аналитическим решением). Основная погрешность при переносе этих расчетов на реальные объекты заключается не в том, что вносится погрешность при переходе от дифференциальных к конечно-разностным уравнениям, а в погрешности самих дифференциальных уравнений, только приближенно описывающих реальный процесс.

Поэтому, во-первых, нельзя применять программы в той области, для которой они не верифицированы, и во-вторых – относиться весьма критически к полученным расчетным результатам и обязательно пытаться соотносить применимость заложенных в программах физических моделей к моделируемым процессам.

## 5.5 Пример матрицы верификации

При аттестации программ к верификационному отчету прилагается так называемая *матрица верификации*.

Матрица верификации – это сводная таблица, в которой указывается список физических явлений, моделируемых в программе, и список подходов, которые использованы при верификации программного средства.

Рассмотрим матрицу верификации программного комплекса РАДУГА-7 [42].

В таблице в строках перечислены верифицируемые физические явления, а в столбцах – способы, которые применялись для верификации: аналитические решения, тесты, сравнение с другими программами, сравнение с экспериментами на стендах и на реальных объектах. Значком «+» обозначено, что данное физическое явление проверено на данном тесте, значком «-» - не проверено, значком «О» - что данное явление на данном тесте проверено по косвенным признакам.

Приведенная ниже матрица верификации для программного комплекса РАДУГА-7 не является полной. Реальная матрица верификации в действительности содержит значительно большее число верификационных тестов и проверок, которые были выполнены при подготовке п/к РАДУГА-7 к аттестации. Но и из приведенной таблицы ясно, что процесс верификации отраслевой программы – это весьма трудоемкий процесс.

Собственно проведение процедуры верификации и подготовки программного продукта к аттестации занимает несколько лет и сопряжено со значительными людскими и материальными ресурсами. Верификация аттестованного в 1996 г. п/к РАДУГА-5 заняла около пяти лет. Верификация комплекса ТРАП-97 (ОКБ «Гидропресс») длилась также не менее пяти лет.

Для проведения процедуры аттестации программных средств в Госатомнадзоре РФ назначается комиссия экспертов, которые всесторонне изучают программу. Опыт проведения экспертизы программных продуктов показал, что эта процедура занимает также очень длительный период. Иногда он длится достаточно долго, от одного года и более.

При этом часто в программном средстве экспертами обнаруживаются ошибки, которые авторами исправляются.

Как показала практика аттестации программ, качество аттестуемых программных средств после проведения процедуры экспертизы в Госатомнадзоре РФ повышается, иногда – существенно.

В настоящий момент аттестовано несколько сот программных продуктов, применяемых во всех сферах конструирования, проектирования и эксплуатации ядерных энергетических установок Российской Федерации и стран СНГ.

Таблица 5.4 - Матрица верификации ПК «Радуга-7.3»

**Параметры, процессы, явления**

	Аналитический расчет	Сопоставление с программой БИПР-7	Сопоставление с программой АТНЛЕТ	Сопоставление с программой НОСТРА	Сопоставление с ПК ТРАП	Сопоставление с ПК ТИГР-1	Эксперименты на 5 блоке ЗАЭС	Эксперименты на 3 блоке Ровенской АЭС	Эксперименты на 1 блоке Ростовской АЭС	Эксперименты на 2 блоке АЭС Козлодуй	Эксперименты на 1 блоке Калининской	Эксперименты на 4 блоке Балаковской	Эксперимент на NSRR	Эксперименты на энергоблоках с КО	Эксперименты на РМК-NVH	Нейтронно-физические тесты
Диффузия нейтронов и энерговыделение	+	+	-	○	-	+	+	-	+	+	+	-	+	-	-	+
Пространственная кинетика реактора	+	-	-	+	-	+	-	-	-	-	-	-	+	-	-	+
Точечная кинетика реактора	-	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Уравнение теплопроводности	+	○	-	○	+	○	○	○	○	○	○	○	○	-	○	○
Запас до кризиса	-	-	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Уравнение движения	+	-	○	○	+	+	○	+	○	○	○	+	-	-	+	-
Уравнение энергии	+	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	-	○	-
Уравнение переноса пассивного поглотителя	-	○	-	-	○	-	○	-	○	○	○	-	-	-	-	-
Давление в КО	-	-	+	-	+	+	-	+	-	-	-	+	-	+	+	-
Давление в ПГ	-	-	-	-	+	+	-	+	-	-	-	+	-	-	+	-
Совместное решение уравнений нейтронной физики и теплогидравлики	-	+	-	+	+	+	-	○	-	-	-	○	+	-	-	+
Теплофизические процессы в двухфазном теплоносителе первого контура	-	-	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-
Теплофизические процессы при малых течах	-	-	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	+	-

Примечание: “+” - прямая проверка, “○” - косвенная проверка; “-” - отсутствие проверки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная книга не является инструкцией по разработке и эксплуатации программ нейтронно-физического и теплофизического расчета ЯЭУ.

Цель, которая ставилась в изложенном курсе, заключается в том, чтобы будущих инженеров-конструкторов ЯЭУ познакомить с основными проблемами и текущим состоянием дел в отрасли, связанным с численным моделированием процессов в ЯЭУ.

При разработке данного курса лекций не ставилась задача глубокого ознакомления студентов с проблемами разработки моделирующих программных комплексов для обоснования ядерной безопасности ЯЭУ.

Успешно освоившие лекционный курс и выполнившие практические работы молодые специалисты смогут в дальнейшем вполне квалифицированно эксплуатировать и грамотно осмысливать расчетные результаты, полученные при численном моделировании, не только тех программ, с которыми они познакомились в процессе обучения, но и работать с подавляющим числом программных продуктов, применяемым в ядерной энергетике Российской Федерации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абагян Л.П., Алексеев Н.И., Брызгалов В.И. и др. "Программа MCU-REA с библиотекой ядерных данных DLC/MCUDAT-2.1", отчет РИЦ КИ инв. N36/5-98, М. 1998.
2. Briesmeister J.G. MCNP-A General Monte Carlo Code for Neutron, Photon and Electron Transport. Version 3A/3B/4. LA-7396-M, LANL, 1968, Rev. 1988 and 1991.
3. Rose P.F. ENDF-201. ENDF/B-VI Summery documentation. (4th edition) BNL-NCS-17541, N.-Y., 1991.
4. Сидоренко В.Д., Капелюшин В.А. Физические основы и инструкция для проведения расчетов по программе "УНИРАСОС": Отчет о НИР / ИАЭ им. И.В. Курчатова. Руководитель: Г.Л. Лунин. Инв. N32/156780. -М.,1980. -38с.
5. Askew J.R. et al. A General Description of the Lattice Code WIMS //Journal of British Nuclear Energy Society, Octouber, 1966. Д. 564-585.
6. "САПФИР-95" Программа для нейтронно-физического расчета тепловых ядерных реакторов", г. Сосновый бор, ФГУП "НИТИ им А.П. Александрова", ЛКВШ 95.301.00.00-02 31 01.С-Петербург, 2002. –74 с.
7. A.N. Novikov et al. Problem of VVERs in-core fuel management. Kurchatov Institute of Atomic Energy, Moscow, USSR, Report IEAE 622-13-TC-676.3 5.2, 1989.
8. V.D. Sidorenko et al. Spectral Code TVS-M for Calculation of Characteristics of Cells, Supercells and Fuel Assemblies of VVER-Type Reactors. 5-th Symposium of the AER, DOBOGOKO, Hungary, (October 15-20, 1995).
9. Ионов В.С. Программа "НИ-7000" для расчета потока нейтронов разностным методом в четырехгрупповом приближении для сектора 30 градусов поперечного сечения реактора/ Отчет о НИР ИАЭ им. И.В. Курчатова. Руководитель: Г.Л.Лунин. Инв. N15/172172.-М.:1972. -126с.
10. Программа БИПР-7. Инструкция для пользователя: Отчет о НИР /ИАЭ им.И.В.Курчатова. Руководитель: Г.Л.Лунин. Рег. No У31108. -М., 1989. -20 с.
11. Кавун О.Ю., Таранов Г.С. Программный комплекс "РАДУГА" с трехмерной двухгрупповой моделью активной зоны, моделирующий динамические процессы в РУ ВВЭР, и результаты верификации нейтронно-физического модуля// Алгоритмы и программы для нейтронно-физических расчетов ядерных реакторов НЕЙТРОНИКА-95: Сб. трудов семинара МАЭ РФ. -Обнинск, 1997 г. -С.41-47.
12. Верификация комплекса программ теплогидравлических расчетов нестационарных режимов ЯЭУ с ВВЭР "ГРАП-97": Отчет о НИР/ ОКБ "Гидропресс. Руководитель: не указан. ДЭ-108. ОКБ ГП, -М., 1998. -538 с.
13. Мысенков А.И. МОСТ-7 - программа для расчета нестационарных режимов АППУ с ВВЭР/ Препринт ИАЭ N3088. -М., 1979. -42С.
14. Программа РАСНАР. Описание применения: Отчет о НИР/ ОКБМ. Руководитель: не ук. Инв. №787829. – Н. Новгород, 1993.
15. Комплекс программ теплогидравлических расчетов нестационарных режимов. Методика расчета параметров I контура при аварийных разрывах трубопроводов. "ТЕЧЬ-М"/ Б-604, ГКАЭ ОКБ "ГИДРОПРЕСС". -М, 1983. -78С.
16. КОРСАР/В1.1. Теплогидравлический расчетный код. Верификационный отчет. Том 1. НИТИ им. А.П. Александрова. Сосновый Бор. 2001.
17. Ransom V.H. et. all. RELAP5/MOD2 Code Manual. Volume 1 //Nureg/CR -U312, EGG-2396, Revision 1, April 1987. -New York, 1987. -P. 20-45.

18. TRAC-PF1/MOD1: An Advanced Best-Estimate Computer Program for Pressurized Water Reactor Thermal-hydraulic Analysis/ Los Alamos National Laboratory, Draft report, December 1983. -P.428.

19. Burwell M.J., Lerchl G., et al. The Thermaldyroulic Code ATHLET for Analysis of PWR and BWR Systems// NURETH-4, Proc. Fourth Int. Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics, v.2. -Karlsruhe, 1989. -P.1234-1240.

20. CATHARE code - Development and assessment methodologiies/J.C. Micaelli, F. Barre, D. Bestion//ANS winter Meeting, -San Francisco, 1995. -P.1-15.

21. Вещунов М.С., Киселев А.Е., Стризов В.Ф., Пакет программ СВЕЧА – моделирование процессов разрушения элементов конструкций РУ ВВЭР-1000 на внутрикорпусной фазе запроектной аварии, Сборник трудов научно-практического семинара «Вопросы безопасности АЭС с ВВЭР. Том. 1. Исследования процессов при запроектных авариях с разрушением активной зоны», С-Петербург, 2000 г., стр. 67-86.

22. Программа “ТРР” для моделирования нестационарных и установившихся процессов в энергетическом оборудовании ТЭЦ: Отчет о НИР/ НПЦ “ПРИОРИТЕТ” инв. №НТО001/1997. Руководитель: не ук. -М., 1997. -46 с.

23. Программный комплекс ТИГР – 1. Расчет нестационарных процессов в ЯЭУ с реакторами типа ВВЭР. Описание математической модели. Отчет РНЦ КИ и ОКБМ, инв. №8880/00от, 2000.

24. Комплекс ATHLET/БИПР8КН. Краткое описание методики нейтронно-физического расчета программы БИПР8КН и взаимодействия программ в комплексе ATHLET/БИПР8КН: Отчет о НИР/ РНЦ “Курчатовский Институт”. Руководитель: Г.Л.Лунин. Инв. №32/1-134-97 от 30.06.97. -Москва, 1997. -30 с.

25. Майданик В.М. Методика создания математических моделей процессов и оборудования АЭС для полномасштабных тренажеров//Интегрированные математические модели и программные комплексы в ядерной энергетике: Тезисы лекций и докладов школы-семинара секции “Динамики” НТС МАЭ РФ. -М.,1998. -С.44-47.

26. Анализаторы и моделирующие комплексы для проектантов и конструкторов/ А.Д. Зенков, С.Д. Малкин, И.Д. Ракитин и др. //Интегрированные математические модели и программные комплексы в ядерной энергетике: Тезисы лекций и докладов школы-семинара секции “Динамики” НТС МАЭ РФ. -М.,1998. -С.218-221.

27. Шаленинов А.А. Система автоматизации разработки и сопровождения функционального и программного обеспечения тренажеров и анализаторов ЯЭУ (ТЕРМИТ-Д) // Интегрированные математические модели и программные комплексы в ядерной энергетике: Тезисы лекций и докладов школы-семинара секции “Динамики” НТС МАЭ РФ. - М.,1998. -С.138-165.

28. Кавун О.Ю. Методика моделирования динамики энергоблока АЭС, реализованная в программном комплексе РАДУГА-ЭУ// Вопросы атомной науки и техники. Сер.: Физика ядерных реакторов (-М.). -1999. -Вып.2. -С.17-39.

29. Козлов О.С., Ходаковский В.В, Кондаков Д.Е. Программный комплекс “Моделирование в технических устройствах”// Российское агентство по правовой охране программ для ЭВМ, баз данных и топологий интегральных микросхем (РосАПО). Свидетельство №970053 от 10 февраля 1997 г.

30. Программа для ПЭВМ. Расчет температурных полей в узлах энергетического оборудования ТЕМП. Методика расчета. 8624607.00516-01 90 01, ОКБ “ГИДРОПРЕСС”, - М.:2001. -56 с.

31. Кавун О.Ю., Григорьев М.М.. О применении метода конечных разностей в реакторных расчетах //Сб. трудов ГНИПКИИ “Атомэнергопроект” (-М.). -2001. -Вып.2. - С.92-108.

32. Троицкий В.А. и др. Инженерные расчеты на ЭВМ. -М.: Машиностроение, 1979. - 286 с.
33. Ганев И.Х. Физика и расчет реактора. -М.: Энергоиздат,1981. -352 с.
34. Галанин А.Д. Введение в теорию ядерных реакторов на тепловых нейтронах.-М.: Энергоатомиздат, 1984. -348 с.
35. Программный комплекс РАДУГА с библиотекой нейтронно-физических сечений серийного реактора ВВЭР-1000// Федеральный надзор России по ядерной и радиационной безопасности: Аттестационный паспорт на программное средство №62 от 17.10.1996. - М., 1996 г. - 7 с.
36. Binaissa Baggoura and W.R.Martin. Transient analysis of the TMI-2 pressurrizer system // Nuclear Tecnology. Vol.6. N2, August 1983. -P.389-402.
37. Петухов Б.С. и др. Теплообмен в ядерных энергетических установках. -М.: Атомиздат, 1974. -406 С.
38. Анализ и обобщение опытных данных по перемешиванию воды в опускном канале реактора: Отчет о НИР/ ГКАЭ ОКБ "ГИДРОПРЕСС" №345-0-007. -М.,1985: -28 с.
39. Отчет о научно-исследовательской работе. Подготовка программного комплекса «РАДУГА-ЭУ» к аттестации. Описание программного комплекса «РАДУГА-7.3». ФГУП «Атомэнергопроект».Арх. № 240/НИР, Москва, 2003 г.
40. Отчет о научно-исследовательской работе. Подготовка программного комплекса «РАДУГА-ЭУ» к аттестации. Описание математической модели программного комплекса «РАДУГА-7.3». ФГУП «Атомэнергопроект». Арх. № 239/НИР, Москва, 2003 г.
41. Отчет о научно-исследовательской работе. Подготовка программного комплекса «РАДУГА-ЭУ» к аттестации. Руководство пользователя программного комплекса «РАДУГА-7.3». ФГУП «Атомэнергопроект». Арх. № 238/НИР, Москва, 2003 г.
42. Отчет о научно-исследовательской работе. Подготовка программного комплекса «РАДУГА-ЭУ» к аттестации. Верификация программного комплекса «РАДУГА-7.3». Книга 1 - 4. ФГУП «Атомэнергопроект». Арх. № 249.1/НИР, Москва, 2003 г.
43. Программа для ЭВМ БЭСМ-6. Определение коэффициентов теплоотвода и гидравлического сопротивления "АЛЬФА" / ГКАЭ ОКБ "ГИДРОПРЕСС" Б-077, -М, 1973. - 24 с.
44. Analysis of Shadowing Effect Produced by Irregularity Positioned Transient Rods during Combined Pulse Operation on NSRR/ Takehiko NAKAMURA, Ryuji HOSOYAMADA, Shigeyasu YACHI and Kiyomi ISHIJIMA// JAERI-M 91-185, Department of Fuel Safety Research, Tokai Research Establishment, Japan Atomic Energy Research Institute. Tokai-mura, Naka-gun, Ibaraki-ken, October 1991.-98 p.
45. Болобов П.А., Большагин С.Н. Тестовые задачи для программ пространственного расчета энерговыделения реакторов ВВЭР // Материалы XVIII симпозиума специалистов ВМК по физике ВВЭР. -М., 1993. -С.1-7.
46. Установка реакторная В-413. Перечень наиболее важных исходных данных для расчетов, относящихся к реакторной установке/ ГКАЭ ОКБ "Гидропресс", И-413-ПР-001. - М., 1991. -63с.
47. Исследование аварийного режима с выбросом ОР СУЗ в ВВЭР-1000 при замедлении перемещения отдельных ОР СУЗ аварийной защиты по программе "НОСТРА" : Отчет о НИР/ Совм. отч. МИФИ и ВНИИАЭС, Руководитель: не ук., -М., 1994. -25 с.
48. Расчетный анализ процессов в активной зоне при снижении скорости движения органов СУЗ в режиме выброса одного регулирующего органа СУЗ с одновременной потерей источников переменного тока на АЭС с РУ В-338: Отчет о НИР/ Совм. отчет ОКБ "ГИДРОПРЕСС" и ГНИИПКИ "АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ", Арх. No 156, Руководитель: не ук., -М., 1994. -26 с.

49. Исследование аварийного режима обесточивания ВВЭР-1000 при застревании отдельных ОР СУЗ по программе “НОСТРА”: Отчет о НИР /Совм. отч. ОКБ “ГИДРОПРЕСС”, МИФИ и ВНИИАЭС, Руководитель: не ук., -М., 1995. -23 с.

50. Исследование по программному комплексу “РАДУГА” аварийного режима обесточивания на серийном реакторе ВВЭР-1000 при застревании нескольких органов СУЗ: Отчет о НИР/ Совм. отчет ОКБ “ГИДРОПРЕСС” и ГНИИПКИ “АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ”, Руководитель: не ук., -М., 1995. -13 с.

51. Исследование аварийного режима неуправляемого движения рабочей группы ОР СУЗ в ВВЭР-1000 при застревании отдельных ОР СУЗ по программе “НОСТРА”: Отчет о НИР / Совм. отч. ОКБ “ГИДРОПРЕСС”, МИФИ и ВНИИАЭС, Руководитель: не ук., -М., 1995. -25 с.

52. Исследование по программному комплексу “РАДУГА” аварийного режима неуправляемого извлечения регулирующей группы органов СУЗ на серийном реакторе ВВЭР-1000 при застревании нескольких органов СУЗ: Отчет о НИР/ Совм. отчет ОКБ “ГИДРОПРЕСС” и ГНИИПКИ “АТОМЭНЕРГОПРОЕКТ”, Руководитель: не ук., -М., 1995. - 11 с.

53. G.Ezsol, L.Szabados. Comparison of PMK-NVH experimental results in the event of 7.4% cold and hot leg breaks// Proceedings of a technical committee/workshop. Computer aided safety analysis 1989. IAEA-TC-560.03, -Vienna, 1990. -P.79-97.

54. Акт № 01.ОЯБ/УС.К.0.А-281 от 31.08 2001. Экспериментальное определение характеристик «свободных» аксиальных ксеноновых колебаний при выгорании топливной загрузки 61,0 - 64,5 эффективных суток. РоАЭС. Блок №1. Волгодонск, 2001.

55. Реакторная установка В-413. Перечень наиболее важных исходных данных для расчетов, относящихся к реакторной установке. И-413-ПР-001. ОКБ «Гидропресс».

56. АЭС «Куданкулам». Технический проект. Установка реакторная В-412. Перечень исходных данных для теплогидравлических расчетов. КК.УА.0.ТМ.ИД.ПР012. 412 Д13. ОКБ «Гидропресс». Подольск, 2003.

57. АЭС «Куданкулам». Предварительный отчет по обоснованию безопасности. Глава 4. Реактор. КК.0 УА.0.ОО.ПСАР.ПР001. 412-Пр-140. ОКБ «Гидропресс». Подольск, 2002.

58. Отчет о научно-исследовательской работе. Подготовка программного комплекса «РАДУГА-ЭУ» к аттестации. Верификация нейтронно-физического модуля программного комплекса «РАДУГА-7.3» по данным измерений, выполненных на действующих энергоблоках АЭС (дополнительный). ФГУП «Атомэнергопроект». Арх. № 300/НИР, Москва, 2004 г.

59. Описание программы КРЭБ-1 расчета динамики второго контура энергоблока АЭС с ВВЭР: Отчет о НИР/ РИЦ "Курчатовский институт", Руководитель: Крюков С.А. инв.№32/1-39-95 , -М., 1995.-26с.